Modelos de Equilíbrio Geral Computável: Conceitos, Teoria e Aplicações Ambientais

AULA 1

Joaquim Bento de Souza Ferreira Filho
ESALQ/USP

Introdução: Roteiro da apresentação

- Situar o desenvolvimento histórico;
- Discutir diferenças fundamentais em relação a modelos que os antecederam, principalmente de MIP e SAM.
- Estrutura e funcionamento:
  - Calibração;
  - Numéraire
  - Fechamento;
  - Estrutura e formas funcionais mais comuns.

Modelos para análise de política econômica: simplificação teórica x realidade empírica

- Modelos classificados como um “continuum”:
  - Modelos analíticos: elaborados para analisar as implicações de conjuntos de postulados teóricos.
  - Modelos numéricos estilizados: maior grau de compromisso com a realidade empírica -> para problemas muito difíceis para serem resolvidos analiticamente-> mecanismos particulares.
  - Modelos aplicados: incorporam grande número de fatos estilizados -> elaborados para economias ou situações particulares (um país, por exemplo).

Modelos EGC

- São o mais recente desenvolvimento dos modelos aplicados para análise econômica, na área de modelos multi-setoriais de planejamento.
- Desenvolvem-se a partir de uma longa tradição, iniciada na década de 30 com o trabalho pioneiro de Leontief, com a análise de insumo-produto
- Formalização das idéias de Quesnay, no Tableau Économique.

Desenvolvimento histórico

- Modelos de insumo-produto.
- Modelos de programação linear.
- Modelos baseados em Matrizes de Contabilidade Social.
- Modelos equilíbrio geral computável.

- Veremos brevemente algumas características destes modelos.

Modelo de Insumo-Produto - breve revisão da estrutura formal.

- Mostra a inter-relação existente entre os setores produtivos da economia, e entre eles e a Demanda Final.
- Produto de um setor é insumo de outro.
- Assim, elevar a demanda pelo produto de um setor eleva a demanda de muitos outros setores da economia, gerando um processo multiplicador na mesma.

Modelos de insumo-produto

- Fluxos inter-industriais de produtos
- **n** equações lineares e **n** incógnitas. Sistema resolvido por inversão de matrizes.
- Solução: requerimento de produtos necessários para satisfazer dado vetor de demandas finais.
- Equilíbrio geral na esfera produtiva da economia
- Não leva em conta restrições sobre a capacidade instalada da economia (solução sempre existe).
- Preços fixos.

Entendendo a lógica da estrutura de insumo-produto: Matriz de Uso (ou Absorção)

	Demanda intermediária				Demanda final	VBP
	Agropecuária	**Indústria**	**Serviços**	Subtotal		
Agropecuária	**20**	**60**	**10**	90	50	140
Indústria	**50**	**10**	**80**	140	10	150
Serviços	**40**	**30**	**20**	90	40	130
Subtotal	110	100	110	320	100	420
Valor adicionado	30	50	20	**100**		
Gastos totais	140	150	130	420		

PIBpm (ótica da renda) = 100   PIBpm (ótica da despesa) = DF – importações = 100 – 0 = 100

PIBpm (ótica do produto) = VBP – consumo intermediário = 420 – 320 = 100

O modelo de Insumo-Produto (ou de Leontief, ou de preços fixos)

- MIP: representação estática da Economia, com ênfase nas esferas de produção e consumo.
- Representação contábil, com regras de balanços a serem observadas:
  - Balanço contábil de produto (Oferta = demanda) - o valor da produção doméstica deve ser esgotado pela demanda: consumo intermediário + demanda final.
  - Balanço contábil por atividade produtiva (Lucro puro zero) - o valor da produção de cada atividade deve ser totalmente distribuído: consume intermediário + distribuição aos fatores primários de produção.
- A MIP, como tal, é uma <u>representação contábil</u> da Economia.
- Para sua conversão em um modelo analítico são necessárias hipóteses adicionais.

A MIP como modelo de análise econômica

- As MIP se tornam modelos de análise econômica ao se introduzir a hipótese de funções de produção a coeficientes fixos:
  - insumos e produto estão relacionados através de funções de produção lineares.
- Admite preços fixos, ou seja, não há mecanismos de ajustamento de preços no modelo.
- Consequências:
  - Admite-se implicitamente que não há restrições de oferta no modelo.
  - Todos os fatores de produção possuem oferta infinitamente elástica (daí os preços fixos).
  - São modelos guiados pela demanda, com curva de oferta horizontal para todos os setores (é possivel relaxar esta restrição para setores específicos).

O MODELO BÁSICO DE INSUMO PRODUTO

$$X_j = \min\left\{\frac{X_{ij}}{a_{ij}}\right\}$$, onde:

X_j = produção do produto j (valor)

a_{ij} = coeficiente técnico de produção

X_{ij} = quantidade do insumo ***i*** usado na produção do produto ***j***

Notar que nesta formulação, o Produto Médio de cada fator é igual ao seu Produto Marginal:

$$X_j = a_{ij}.X_{ij}$$

$$PME_{ij} = \frac{X_j}{X_{ij}} = a_{ij} = \frac{\partial X_j}{\partial X_{ij}} = PMa_{ij}$$

Em formato matricial, temos que :

$x = A.x + y$, onde ***x*** é o vetor de produção, ***A*** uma matriz de coeficientes técnicos, e ***y*** um vetor de demandas finais. Invertendo-se o sistema, tem-se que:

$x = (I - A)^{-1} \quad y = B.y$, onde $(I - A)^{-1}$ é a Matriz de Leontief, ou de requerimentos totais, e relaciona a produção de cada setor com a demanda final líquida de importações. Cada elemento $b_{ij} = \dfrac{\partial X_i}{\partial Y_j}$ representa a quantidade de produção líquida de cada setor ***i*** que seria necessária para satisfazer a um aumento de uma unidade na demanda final do bem ***j***.

MIP: equilíbrio geral na esfera produtiva somente.

- Notar: a MIP traz apenas as relações econômicas da esfera produtiva da economia. Em particular não traz informações sobre a formação e uso da renda:
  - a poupança da economia,
  - impostos diretos,
  - o balanço com o exterior.
  - Transferências entre agentes.

	Demanda intermediária				Demanda final	VBP
	Agropecuária	**Indústria**	**Serviços**	Subtotal		
Agropecuária	**20**	**60**	**10**	90	50	140
Indústria	**50**	**10**	**80**	140	10	150
Serviços	**40**	**30**	**20**	90	40	130
Subtotal	110	100	110	320	100	420
Valor adicionado	30	50	20	**100**		
Gastos totais	140	150	130	420		

A MIP do Brasil para 2010

- MIP2010.har:
  - Renda das familias: R$2.919.047,0 milhões
  - Consumo das familias: R$2.278.735 milhões
  - Diferença: lucros retidos, poupança, transferências, etc.
- O modelo Insumo-Produto (I-O) é importante:
  - Pela sua capacidade de descrever a estrutura da economia, na esfera da produção.
  - Como base de dados;
  - Como instrumento analítico para fenômenos onde o ajustamento dos preços (ou problemas de capacidade instalada) não sejam importantes. Ex: aumento na demanda de um setor muito pequeno.

Modelos de Programação Linear

- Explicitam função objetivo a ser otimizada (possibilidade de escolha);
- Permitem restrições de desigualdade (pode haver capacidade ociosa);
- Explicitam restrições de capacidade instalada;
- Introdução de variáveis de folga em cada inequação, que, na solução, tem a interpretação de preços sombra (solução dual).

- $Max\ z = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = p_1.x_1, p_2.x_2, p_3.x_3, \dots., p_n.x_n$
- Sujeito a
- $p_1.x_1 + p_2.x_2 \leq b_1$
- $p_2.x_2 + p_5.x_5 \leq b_5$
- ....
- $p_z.x_z + p_n.x_n \leq b_n$
- $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \geq 0$

Modelos de Programação Linear

- Gera sistema de preços dual:
  - custo de oportunidade (preços de mercado);
- Estamos mais acostumados a ver isso no contexto dos problemas de otimização da microeconomia. Ex: maximização de utilidade (demanda do consumidor):
  - $Max\ U(x_1, x_2, \ldots., x_n)$
  - Sujeito a $\sum_1^n p_i . x_i = M$
  - Função Lagrange $L = U(x_1, x_2, \ldots., x_n) + \theta . [M - \sum_1^n p_i . x_i]$
- Se $\theta > 0 \Rightarrow M - \sum_1^n p_i . x_i = 0$, ou seja, restrição "valendo".

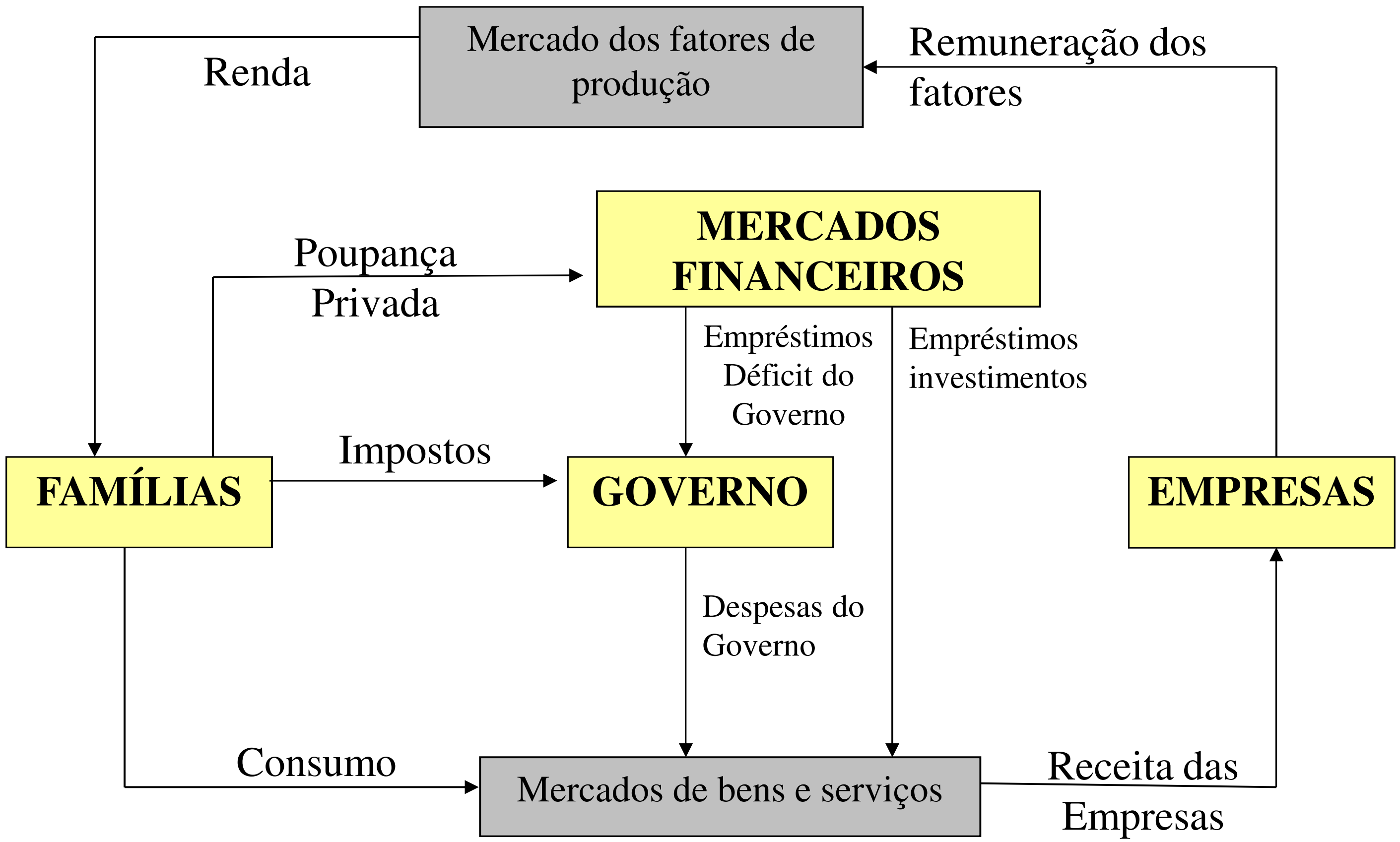
Modelos de Programação Linear

- Mas em uma economia de mercado, se o preço-sombra (valor dual) do fator for diferente de zero, os preços devem se ajustar.
- Exemplo: se o preço-sombra da terra é positivo (implicando elevação no valor maximizado da função objetivo ao elevar sua utilização), porque o preço da mesma não subiria em um economia de mercado?
- Modelos PL não conseguem tratar os preços endogenamente:
  - alocação de recursos e estrutura produtiva não necessariamente compatíveis com renda gerada no processo.

Modelos de Equilíbrio Geral Computáveis

- Mais recente avanço na área de modelos multi-setoriais aplicados.
- Solução simultânea para preços e quantidades.
- Simula a interação de vários agentes com comportamento otimizante nos mercados.
- Tem características estruturais:
  - exigem especificação completa tanto do lado da oferta quanto da demanda.
- Reproduzem o fluxo circular da renda em uma dada economia.

Fluxo Circular da Renda



Componentes de um modelo EGC

- <u>Especificação dos agentes</u>: famílias, empresas, governo, resto do mundo;
- <u>Regras de comportamento dos mesmos</u>: Maximização de lucros e de utilidade;
- <u>Sinais para tomada de decisão</u>: preços e rendas, por exemplo;
- <u>Regras do jogo</u>: formas funcionais;
- <u>Condições de equilíbrio</u>: não levadas explicitamente em conta pelos agentes, mas que devem ser respeitadas. Ex: S= I.

Primeiros modelos

- Noção de equílíbrio: Walras.
- Trabalho pioneiro: Johansen (1960) para a economia norueguesa. Equações linearizadas, solução por inversão de matrizes.
- Década de 70: Scarf e Hansen: propuseram método para resolução direta de sistemas de equações não lineares.

Características importantes dos modelos computáveis

- Calibração (validação).
- Lei de Walras.
- Numéraire.
- A seguir veremos com mais detalhes cada uma destas características.

Validação do modelo: o método de calibração

- Parâmetros calculados a partir de uma única observação das variáveis exógenas em dado ano base.
- Ex: $C = b.Y$, onde C =consumo, Y =renda, b =propensão marginal (ou também média, neste caso simplificado) a consumir.
- Método econométrico: $lnC = lnb + lnY + \varepsilon$, por MQO.
- Calibração: se C=100; $y = 500$, $b = \frac{100}{500} = 0{,}2$.

Em termos formais:

- Admita-se uma especificação geral de um modelo EGC, onde Y seja um vetor de n variáveis endógenas, X seja um vetor de variáveis exógenas, B um vetor de m parâmetros desconhecidos, e ε um vetor de perturbações estocásticas:
- $F_i(Y, X, B, \varepsilon) = 0, \quad i = 1, \ldots\ldots, n$
- Calibração: todos os componentes de $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{0}$.
- Resolver o sistema para $\boldsymbol{B}$ com base em uma única observação de $\boldsymbol{X}$ e $\mathbf{Y}$. Geralmente $\boldsymbol{m} > \boldsymbol{n}$.
- Abordagem não-estocástica da economia. Modelos EGC tratam da parcela sistemática, e não da randômica da economia.
- "O patrono dos modelos CGE é Walras, e não Keynes" (Robinson).

Limitações do método de calibração

- Dados do ano base contém componentes aleatórios, além dos sistemáticos. Se ano for atípico, valores calibrados serão ruins.
- Necessidade de se restringir as formas funcionais;
- Não gera estatísticas a respeito da qualidade das estimativas. Mas é o método mais utilizado.
- Modelos EGC:
  - não adequados para previsão (no sentido econométrico do termo).
  - mais adequados para análise de sentido e magnitudes **relativas** nas variáveis endógenas causadas por dados choques exógenos .

A base de dados para a calibração

- Modelos EGC: muito demandantes em dados.
- Matriz de Insumo-produto: fornece grande parte dos coeficientes e parâmetros.
- Dados restantes: Contas Nacionais, Censos, literatura, estimação econométrica, etc.
- Além disso, “guesstimativas”, ou pressuposições dos autores.
- Dados organizados em uma Matriz de Contabilidade Social (SAM).

Lembrar: MIP equilíbrio geral na esfera produtiva somente.

- Notar: a MIP traz apenas as relações econômicas da esfera produtiva da economia. Em particular não traz informações sobre a formação e uso da renda:
  - a poupança da economia,
  - impostos diretos,
  - o balanço com o exterior.
  - transferências entre agentes.
- Para isso é necessária uma SAM, que mostre o Fluxo Circular da Renda completo na economia.

	Demanda intermediária				Demanda final	VBP
	Agropecuária	**Indústria**	**Serviços**	Subtotal		
Agropecuária	**20**	**60**	**10**	90	50	140
Indústria	**50**	**10**	**80**	140	10	150
Serviços	**40**	**30**	**20**	90	40	130
Subtotal	110	100	110	320	100	420
Valor adicionado	30	50	20	**100**		
Gastos totais	140	150	130	420		

A Matriz de Contabilidade Social - SAM

- Reproduz o fluxo circular de renda na economia em um conjunto unificado de contas, distinguindo agentes e instituições.
- Princípio contábil de partidas dobradas, com apresentação matricial.
- MIP - faz parte da SAM, que é mais completa.
- Linhas e colunas: contas separadas.
  - Linhas = Receitas;
  - Colunas = Despesas.
- SAM : deve ser quadrada. Soma de cada linha = soma da coluna correspondente -> princípio da contabilidade de partidas dobradas -> recebimentos = despesas.

SAM: 6 TIPOS (GRUPOS) DE CONTAS

- Atividades (produtivas);
- Produtos;
- Conta corrente das instituições domésticas (Famílias, Empresas, Governo, etc);
- Conta de capital;
- Conta Resto do Mundo.
- Cada uma das contas acima pode ainda ser subdividida de diversas maneiras.

Fluxos monetários

Fluxos reais

Uma SAM esquemática

Informações obtidas a partir da MIP

Contas nacionais, outras fontes: circulação da renda

	Atividades	Produtos	Fatores: Trabalho	Fatores: Capital	Instituições: Famílias	Instituições: Governo	Instituições: Conta de Capital	Instituições: Estoques	Instituições: Resto do Mundo	TOTAL
Atividades		Oferta Doméstica							Exportações Reexport.	**Valor da Produção Doméstica**
Produtos	Consumo intermediário				Consumo Famílias	Consumo Governo	Investimento	Estoques		**Oferta no Mercado Doméstico**
Fatores										
Trabalho	Salários									**Renda do Trabalho**
Capital	Rendimento Capital									**Renda do Capital**
Instituições										
Famílias			Salários	Rendimento do Capital		Transferências				**Renda das Família**
Governo	Impostos Indiretos	Imposto de Importação			Impostos Diretos		Capitais			**Receita do Governo**
Conta de Capital					Poupança	Poupança			Capitais	**Poupança**
Estoques							Estoques			**Estoques**
Resto do Mundo		Importações					Capitais			**Entradas do Exterior**
TOTAL	**Valor da Produção Doméstica**	**Oferta no Mercado Doméstico**	**Renda do Trabalho**	**Renda do Capital**	**Despesas das Famílias**	**Despesas do Governo**	**Capitais**	**Estoques**	**Remessas ao Exterior**	

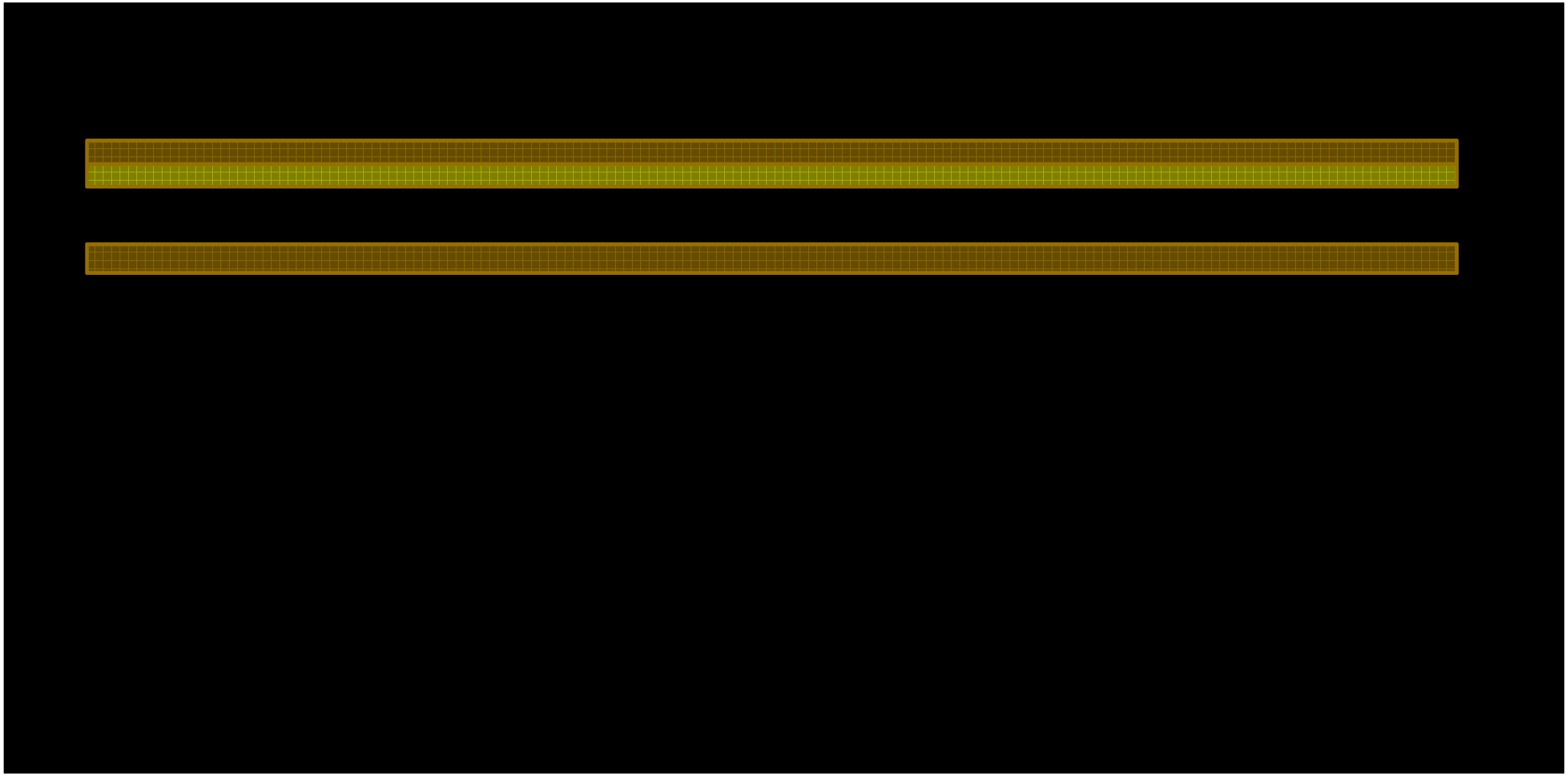
Multiplicadores de SAM

- A SAM, como tal, também é uma representação contábil.
- Para ser usada como um modelo de análise, precisa incorporar as mesmas hipóteses do modelo de insumo-produto.
- Seguem a mesma idéia básica dos multiplicadores de Insumo-Produto.
  - Também admitem coeficientes fixos (tecnologia).
  - Preços fixos.
  - Excesso de oferta em todos os setores (esta hipótese pode ser relaxada)
  - Economia guiada pela demanda (demand driven).

Uma SAM para o setor florestal (Amazônia) do Brasil em 2008

- Pesquisa financiada pelo International Labor Office – ILO
- Autores: Ferreira Fo, J.B.S; Fachinello, A.L.
- MACROSAM
- Uma SAM Florestal

Multiplicadores I-O x SAM 2008



SAM (Breisinger et alii, 2011)

Notar: $Z_1 = Z_{11}+Z_{12}+C_1+E_1$ e $Z_2 = Z_{21}+Z_{22}+C_1+E_2$

X =Valor da produção de cada atividade
Z = demanda total de cada produto
V = renda do trabalho
Y = total da renda das famílias
E = componente exógeno da demanda

	Atividade		Produtos		Fatores	Família	Demanda Exógena	Total
	A1	A2	C1	C2	F	H	E	
A1			X_1					X_1
A2				X_2				X_2
C1	Z_{11}	Z_{12}				C_1	E_1	Z_1
C2	Z_{21}	Z_{22}				C_2	E_2	Z_2
F	V_1	V_2						V
H					$V_1 + V_2$			Y
E			L_1	L_2		S		E
Total	X_1	X_2	Z_1	Z_2	V	Y	E	

Indireto Direto Induzido

Base de dados

- Uma vez organizada a base de dados, procede-se à calibração do modelo EGC.
- Se o modelo for propriamente especificado, deve ser capaz de satisfazer alguns testes básicos:
  - Neutralidade do numéraire.
  - Homogeneidade linear do sistema.
- Será visto adiante. Antes, vamos analisar o problema da normalização dos modelos EGC (o problema do numéraire).

Normalização dos modelos EGC: o “numéraire”.

- Equilíbrio de mercado: vetor de preços e quantidades correspondentes tais que:
- $EX_i = X_i^D - X_i^S = X_i^D(P_0, P_1, P_2, \ldots, P_n) - X_i^S(P_0, P_1, P_2, \ldots, P_n) = 0, i = 1,2, \ldots, n$
- Funções EX_i- homog. grau zero em P:
  - Função homog grau r se $f(t.x_i) = t^r.f(x_i), com\ t > 0.$
- Logo, multiplicar todos os preços por uma constante não altera a solução. Assim, este sistema com n+1 equações e n+1 variáveis não pode determinar o nível absoluto dos preços: há infinitos conjuntos de preços que solucionam o sistema, ou seja que tornam EX_i=0.
- Lei de Walras - há apenas ***n*** equações independentes.

Tome-se uma economia fechada, com **n+1** bens em quantidade fixas (x_0^0, x_1^0 , x_2^0 , ..., x_n^0). Admita-se que cada agente da economia tem uma dotação inicial de uma determinada quantidade de cada bem, e o transaciona ao preço (p_0 , p_1 , p_2 , ..., p_n). Sendo X_i^D e X_i^S respectivamente as quantidades demandadas e ofertadas de cada bem por cada agente, tem-se que:

$$P_i.X_i^D = P_i.X_i^S$$

ou seja, cada agente deverá respeitar sua restrição orçamentária. Assim, no agregado:

$$\sum_{i=0}^{n} p_i.x_i^D = \sum_{i=0}^{n} p_i.x_i^0 \ => \sum_{i=0}^{n} p_i.\left(x_i^D - x_i^0\right) = 0 => \sum_{i=0}^{n} p_i.E_i = 0$$

onde E_i é a função excesso de demanda pelo bem **i** . Esta é a lei de Walras, que estabelece que a soma dos valores dos excessos de demanda em todos os mercados de uma economia deve ser sempre identicamente nula. Note-se que para o resultado acima não se fez nenhuma hipótese a respeito de equilíbrio de mercado. A lei de Walras vale mesmo para preços que não sejam preços de equilíbrio (embora, no modelo Walrasiano, não haja transações fora do equilíbrio). Admita-se agora que dos **n+1** mercados, **n** estão em equilíbrio, ou seja, nestes mercados:

$$p_i = \ p_i^e => \ E_i(p_i^e) = 0, \qquad i = 1,2, \dots, n$$

onde p_i^e é o preço de equilíbrio no mercado do bem **i**. Pela Lei de Walras tem-se que:

$\sum_{i=0}^{n} p_i \, . E_i = 0 => \ \sum_{i=1}^{n} p_i \, . E_i(p_i^e) + \ p_0.E_0(p_0) = 0 => \ E_0(p_0) = 0 => \ p_0 = p^e$

ou seja, se dos **n+1** mercados de uma economia **n** estiverem em equilíbrio, então o último (o **n+1ésimo**) também estará. **[Ver Silbergerg (1990), p.661].**

Implicações da Lei de Walras

- Há apenas **n** equações E_i independentes, que podem ser resolvidas para apenas **n** preços.
- Uma das condições de equilíbrio de mercado deverá estar ausente do modelo.
- Mas e o que acontece com o preço do bem cujo mercado está ausente? São n+1 preços na economia.

Desta forma, em um modelo aplicado a condição que determina o equilíbrio de um dos mercados deverá estar ausente. Os preços a serem calculados na resolução do modelo não têm significado “per se”, mas apenas quando comparados a outro preço qualquer a ser escolhido, o preço do bem “numéraire”, em relação ao qual todos os preços do modelo serão determinados. Sendo os sistemas de excesso de demanda homogêneos de grau zero em todos os preços, a solução é indiferente à esta normalização:

$E_i(p_0, p_1, p_2, \dots \dots., p_n)$. Dividindo-se todos os preços por p_0 , por exemplo, tem-se que:

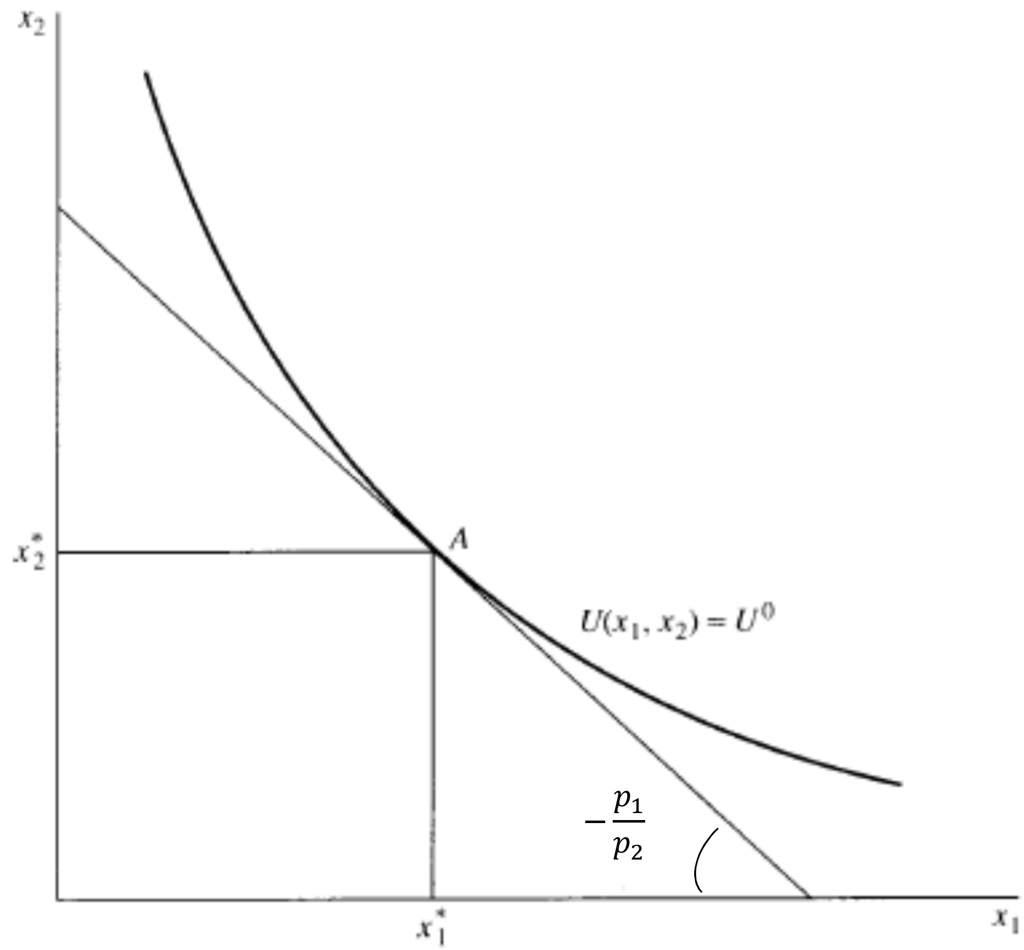
$E_i\left(1, \frac{p_1}{p_0}, \frac{p_2}{p_0}, \frac{p_3}{p_0}, \dots . \frac{p_n}{p_0}\right) = E_i\left(\frac{p_1}{p_0}, \frac{p_2}{p_0}, \frac{p_3}{p_0}, \dots . \frac{p_n}{p_0}\right)$, sendo neste caso p_0 o “numéraire” do problema.

Com isso, o sistema com **n** equações pode ser resolvido para **n** preços relativos.

A indeterminação do nível de preços e o numéraire

- O nível absoluto dos preços é indeterminado:
  - O preço de um bem qualquer deve ser fixado nas simulações.
  - “ Numéraire” = 1.
- É conveniente. Mas pode ser qualquer valor, que não altera os preços relativos.

- Equilíbrio do consumidor em Competição Perfeita: só os preços relativos fazem sentido.
- $M = p_1 . x_1 + p_2 . \ x_2 \Rightarrow$
- $x_2 = \frac{M}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} . x_2$



Da estrutura micro ao fechamento macro

- Estrutura modelos AGE = fundamentada na teoria Walrasiana de equilíbrio geral.
- Mas o nível de consistência requerido -> necessidade de equilíbrio entre os fluxos agregados (S=I, por exemplo).
- Modo de atingir este equilíbrio: visão teórica da macroeconomia -> **fechamento macroeconômico do modelo**.
- Em termos matemáticos, o problema surge quando se tem um sistema de equações sub ou sobre-determinado, ou seja, quando o número de equações é maior do que o de variáveis endógenas, ou vice-versa.**Qual equação retirar do sistema (ou, quais variáveis adicionais devem ser tornadas exógenas)?**

Um modelo hipotético (Martens, 1997)

1) $X = f(L,K)$ função de produção a dois fatores;
2) $w = p.PMA_L$ determina a quantidade demandada do fator trabalho (L);
3) $r = p.PMA_K$ determina a quantidade demandada do fator capital (K);
4) $p.I = SF + SG$ igualdade entre a poupança e o investimento (em valor);
5) $SF = s_w \,.\, (1\text{-}t)\,.w.L + s_k \,.\, (1\text{-}t)\,.r.\,K$ definição da poupança das famílias;
6) $SG = t.(w.L + r.K) - p.G$ definição da poupança do governo;
7) $K = K0$ pleno emprego do capital, onde K0 é o estoque dado;
8) $L = L0$ pleno emprego do trabalho, onde L0 é o estoque dado;
9) $I = I0$ investimento é igual a dado nível desejado I0;
10) $G = G0$ consumo do governo é igual a dado nível desejado G0;
11) $p = 1$ definição do “numéraire”.

Características do sistema

- Variáveis exógenas: K_0, L_0, I_0, G_0, t, sk e sw.
- Dez variáveis endógenas: X, L, K, p, w,r, I, G, SF e SG
- Onze equações: sistema sobre-determinado
- O **fechamento do modelo** consiste em escolher qual equação será retirada do sistema.
- O modelo não é neutro em relação à escolha do fechamento, que dá o seu caráter teórico.
- FECHAMENTO: 4 tipos “clássicos”, dado o pleno emprego do capital.

1) $X = f(L,K)$ função de produção a dois fatores;
2) $w = p.PMA_L$ determina a quantidade demandada do fator trabalho (L);
3) $r = p.PMA_K$ determina a quantidade demandada do fator capital (K);
4) $p.I = SF + SG$ igualdade entre a poupança e o investimento (em valor);
5) $SF = s_w . (1\text{-}t) .w.L + s_k . (1\text{-}t) .r. K$ definição da poupança das famílias;
6) $SG = t.(w.L + r.K) - p.G$ definição da poupança do governo;
7) $K = K0$ pleno emprego do capital, onde K0 é o estoque dado;
8) $L = L0$ pleno emprego do trabalho, onde L0 é o estoque dado;
9) $I = I0$ investimento é igual a dado nível desejado I0;
10) $G = G0$ consumo do governo é igual a dado nível desejado G0;
11) $p = 1$ definição do “numéraire”.

Fechamento Keynesiano

- Igualdade poupança-investimento é atingida através da variações da produção em resposta às variações na demanda efetiva.
- Investimento determinado exogenamente (“animal spirits” dos homens de negócio: “bullish or bearish”)
- Nada garante que o nível de equilíbrio coincida com o pleno emprego.
- Retira do sistema a equação (8), a condição de pleno emprego do trabalho.

1) $X = f(L,K)$ função de produção a dois fatores;
2) $w = p.PMA_L$ determina a quantidade demandada do fator trabalho (L);
3) $r = p.PMA_K$ determina a quantidade demandada do fator capital (K);
4) $p.I = SF + SG$ igualdade entre a poupança e o investimento (em valor);
5) $SF = s_w \,.\, (1-t) \,.w.L + s_k \,.\, (1-t) \,.r.\, K$ definição da poupança das famílias;
6) $SG = t.(w.L + r.K) - p.G$ definição da poupança do governo;
7) $K = K0$ pleno emprego do capital, onde K0 é o estoque dado;
8) $L = L0$ pleno emprego do trabalho, onde L0 é o estoque dado;
9) $I = I0$ investimento é igual a dado nível desejado I0;
10) $G = G0$ consumo do governo é igual a dado nível desejado G0;
11) $p = 1$ definição do “numéraire”.

Fechamento neoclássico

- Investimento é determinado pela poupança.
- Poupança é função apenas da renda, e está determinada quando se assume o pleno emprego.
- Logo, não há lugar para uma função investimento independente, pois assim só por acaso S = I.
- Retira do sistema a equação (9), que determina o investimento exogenamente.

1) $X = f(L,K)$ função de produção a dois fatores;

2) $w = p.PMA_L$ determina a quantidade demandada do fator trabalho (L);

3) $r = p.PMA_K$ determina a quantidade demandada do fator capital (K);

4) $p.I = SF + SG$ igualdade entre a poupança e o investimento (em valor);

5) $SF = s_w . (1-t) .w.L + s_k . (1-t) .r. K$ definição da poupança das famílias;

6) $SG = t.(w.L + r.K) - p.G$ definição da poupança do governo;

7) $K = K0$ pleno emprego do capital, onde K0 é o estoque dado;

8) $L = L0$ pleno emprego do trabalho, onde L0 é o estoque dado;

9) $I = I0$ investimento é igual a dado nível desejado I0;

10) $G = G0$ consumo do governo é igual a dado nível desejado G0;

11) $p = 1$ definição do “numéraire”.

Fechamento Kaldoriano

- Mecanismo (externo ao modelo) de distribuição da renda nacional entre assalariados e rentistas que permitirá gerar renda suficiente para realizar o investimento desejado.
- Ao final, estando fixo $L=L_0$, o salário será determinado a um nível compatível com o equilíbrio S=I.
- Retira do sistema a equação (2), que remunera o trabalho pelo valor do produto marginal.

1) $X = f(L,K)$ função de produção a dois fatores;
2) $w = p.PMA_L$ determina a quantidade demandada do fator trabalho (L);
3) $r = p.PMA_K$ determina a quantidade demandada do fator capital (K);
4) $p.I = SF + SG$ igualdade entre a poupança e o investimento (em valor);
5) $SF = s_w\ .\ (1\text{-}t)\ .w.L + s_k\ .\ (1\text{-}t)\ .r.\ K$ definição da poupança das famílias;
6) $SG = t.(w.L + r.K) - p.G$ definição da poupança do governo;
7) $K = K0$ pleno emprego do capital, onde K0 é o estoque dado;
8) $L = L0$ pleno emprego do trabalho, onde L0 é o estoque dado;
9) $I = I0$ investimento é igual a dado nível desejado I0;
10) $G = G0$ consumo do governo é igual a dado nível desejado G0;
11) $p = 1$ definição do "numéraire".

Fechamento do tipo Johansen

- Admite que são os gastos do governo que variam de modo a garantir o pleno emprego dos fatores, ao nível desejado de investimento.
- Retira a equação (10), que determina exogenamente os gastos do governo.

1) $X = f(L,K)$ função de produção a dois fatores;
2) $w = p.PMA_L$ determina a quantidade demandada do fator trabalho (L);
3) $r = p.PMA_K$ determina a quantidade demandada do fator capital (K);
4) $p.I = SF + SG$ igualdade entre a poupança e o investimento (em valor);
5) $SF = s_w . (1-t) .w.L + s_k . (1-t) .r. K$ definição da poupança das famílias;
6) $SG = t.(w.L + r.K) - p.G$ definição da poupança do governo;
7) $K = K0$ pleno emprego do capital, onde K0 é o estoque dado;
8) $L = L0$ pleno emprego do trabalho, onde L0 é o estoque dado;
9) $I = I0$ investimento é igual a dado nível desejado I0;
10) $G = G0$ consumo do governo é igual a dado nível desejado G0;
11) $p = 1$ definição do "numéraire".

Diferença entre a Lei de Walras e o problema do fechamento

- Qualquer modelo EGC deverá satisfazer a ambos os aspectos.
- Lei de Walras: retira do sistema uma condição de equilíbrio em um mercado, por ser redundante. A solução é indiferente à equação escolhida.
- Fechamento: determina qual agregado macroeconômico será determinado residualmente. Dá o caráter teórico ao modelo. Afeta, portanto, a sua solução.

No modelo visto, como se manifesta a Lei de Walras?

- Há três mercados: dois de fatores (L e K) e um de produto (X)
- As equações (2) e (3) dão a solução de equilíbrio para o mercado de fatores, pois são a própria solução do sistema de 1a. ordem de maximização de lucro.
- Assim, a Lei de Walras se manifesta na ausência, no sistema de equações, de uma condição de equilíbrio explícita para o mercado de bens (X).
- As equações (4) e (5) definem a poupança da economia, definindo automaticamente o consumo do bem X que, pela Lei de Walras, deve ser igual à sua oferta.

1) $X = f(L,K)$ função de produção a dois fatores;

2) $w = p.PMA_L$ determina a quantidade demandada do fator trabalho (L);

3) $r = p.PMA_K$ determina a quantidade demandada do fator capital (K);

4) $p.I = SF + SG$ igualdade entre a poupança e o investimento (em valor);

5) $SF = s_w . (1\text{-}t) .w.L + s_k . (1\text{-}t) .r. K$ definição da poupança das famílias;

6) $SG = t.(w.L + r.K) - p.G$ definição da poupança do governo;

7) $K = K0$ pleno emprego do capital, onde K0 é o estoque dado;

8) $L = L0$ pleno emprego do trabalho, onde L0 é o estoque dado;

9) $I = I0$ investimento é igual a dado nível desejado I0;

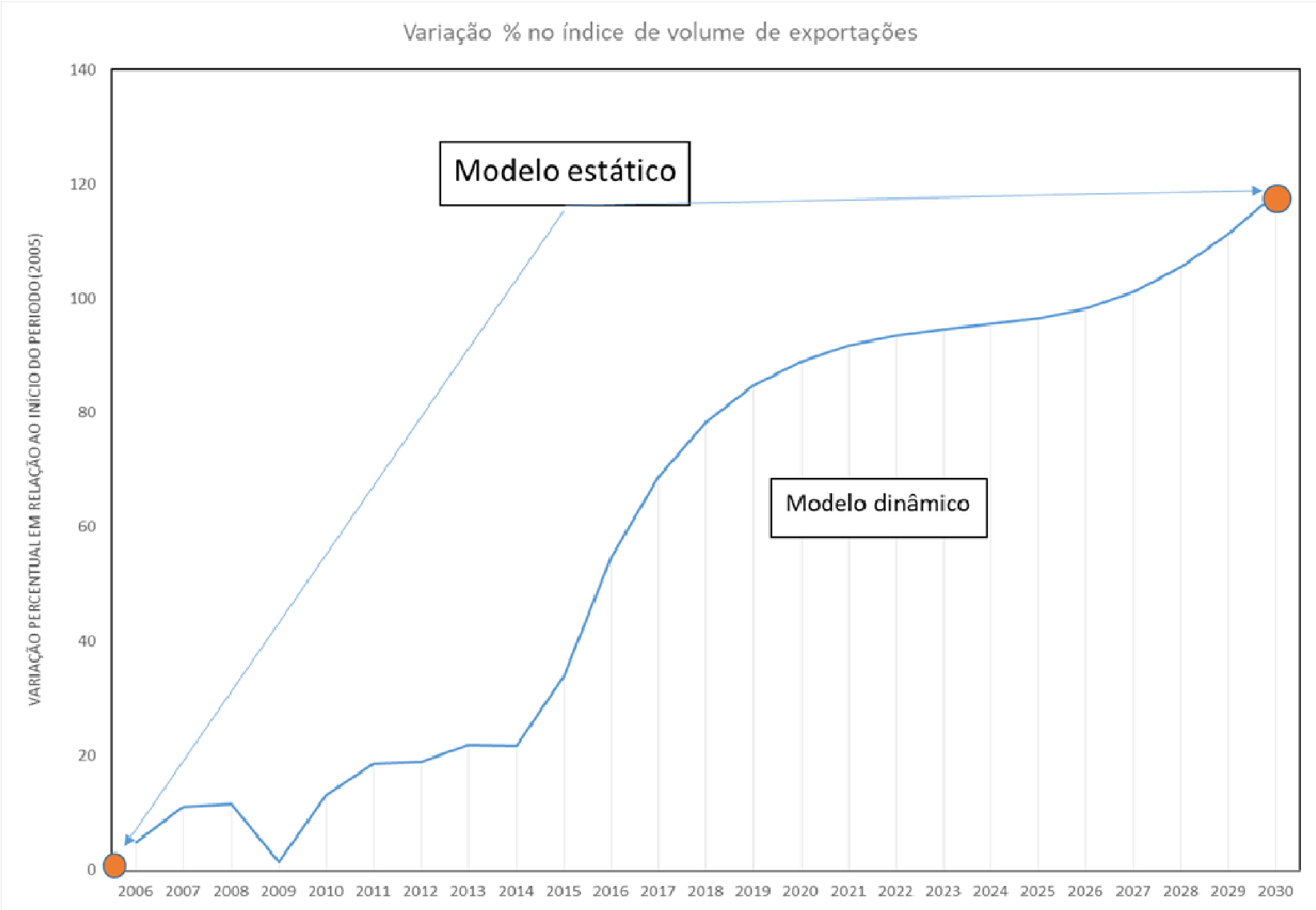
10) $G = G0$ consumo do governo é igual a dado nível desejado G0;

11) $p = 1$ definição do “numéraire”.

Modelos estáticos x dinâmicos

- Modelos estáticos: não possuem equações que descrevam a acumulação de capital no tempo.
- Modelos dinâmicos: em geral, são de expectativas míopes, ou seja, são modelos recursivos.
- Modelos verdadeiramente dinâmicos esbarram em problemas teóricos: “tâttonement” intertemporal, estado terminal da economia.

Modelos estáticos x dinâmicos



Modelos de variáveis em níveis x modelos linearizados.

- São duas linhas de procedimentos possíveis para se construir o sistema de equações, originalmente não linear.
- Cada procedimento tem vantagens e desvantagens.
- Atualmente se reconhece sua equivalência em termos de precisão da solução.

Modelos linearizados

- O sistema é linearizado para a sua resolução.
- Software utilizado: suíte do GEMPACK.
- Inconveniente: a linearização nem sempre é fácil.
- Vantagem: solução diretamente na forma de variações proporcionais.
- Maior facilidade na resolução dos sistemas, permite modelos maiores.

Um exemplo de linearização de equação

- Sejam $V = P.Q$, onde V é um valor, P um preço e Q uma quantidade. Tomando-se o diferencial :
- $dV=P.dQ+Q.dP$. Dividindo-se agora tudo por V:
- $dV/V = dQ/Q + dP/P$, ou $v = p + q$, onde as letras minúsculas representam variações relativas.
- Notar: os modelos são calibrados com valores, sendo o nível dos preços desconhecidos. O que interessa, em geral, é a variação nos mesmos.
- Quando o nível da variável é importante, pode ser facilmente calculado, conhecendo-se o valor base da mesma. Exemplo: número de hectares desmatados, quantidade de CO_2 emitida.

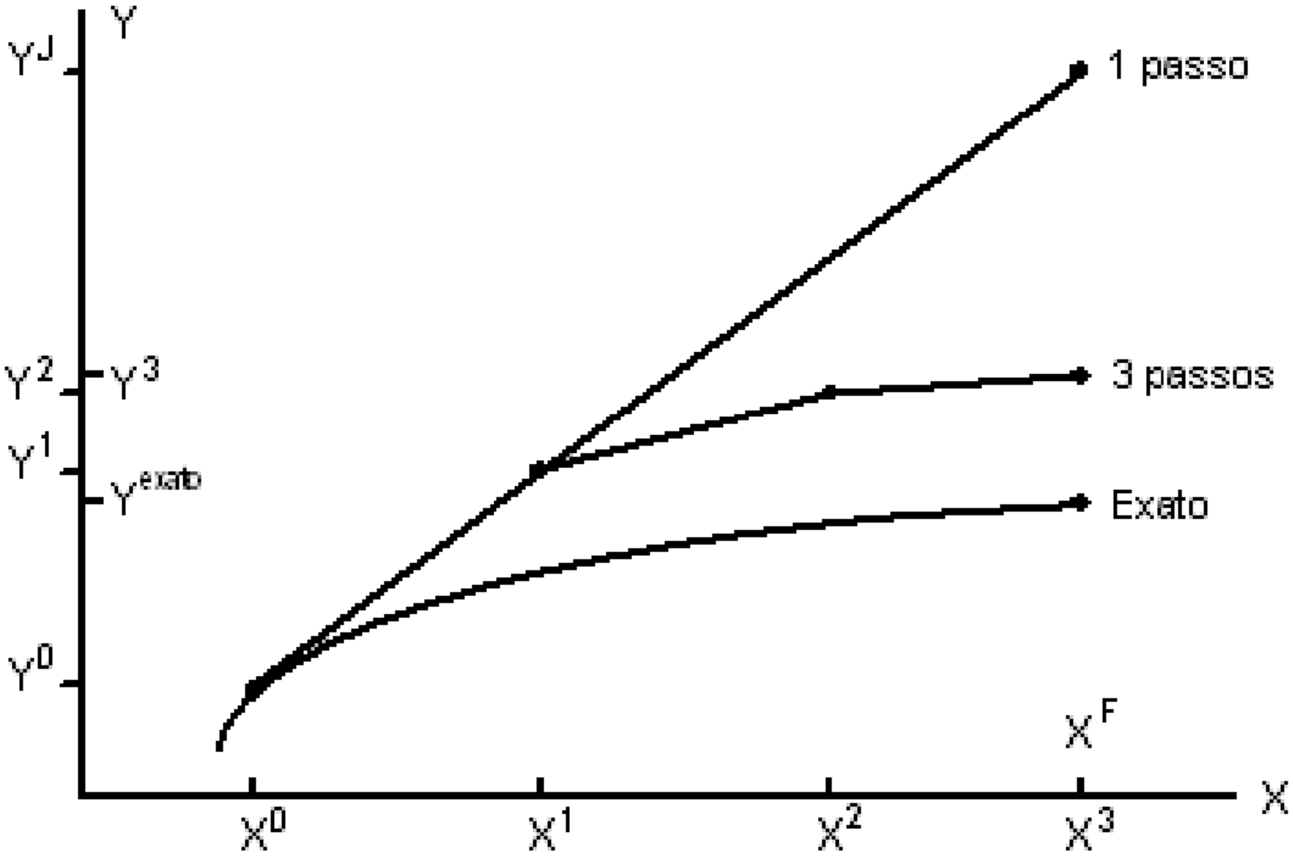
Outro exemplo de linearização: a função CES

- Forma funcional em níveis: $Q = (\propto.X_1^{\rho} + (1 - \propto).X_2^{\rho})^{\frac{1}{\rho}}$
- onde Q é o nível de produto, X_i são os dois insumos, e ρ um parâmetro na função. Nesta função, a elasticidade de substituição $\sigma = \frac{1}{1+\rho}$
- Demanda por insumos (nível): $X_1 = Q.\alpha^{\frac{1}{(\rho+1)}}.[\frac{P_1}{P_{comp}}]^{\frac{-1}{(\rho+1)}}$
- Demanda por insumos (lineariz.) = $x_1 = q - \sigma.(p_1 - p_{comp})$
- P_{comp} é o preço do "bem composto", um índice de preços dos insumos $P_1\ e\ P_2$ agregados: $P_{comp} = SHR_1.P_1 + SHR_2.P_2, ondeSHR_i$ é a parcela do insumo *i* no consumo total de insumos.

Notar: CES é linearmente homogênea (ou homogênea de grau 1)

- $Q = [\propto.(t.X_1)^{\rho} + (1-\propto).(t.X_2)^{\rho}]^{\frac{1}{\rho}} =$
- $Q = (t^{\rho})^{\frac{1}{\rho}}.(\propto.X_1^{\rho} + (1-\propto).X_2^{\rho})^{\frac{1}{\rho}} =$
- $Q = t^{1}.(\propto.X_1^{\rho} + (1-\propto).X_2^{\rho})^{\frac{1}{\rho}}$

Reduzindo o erro de linearização

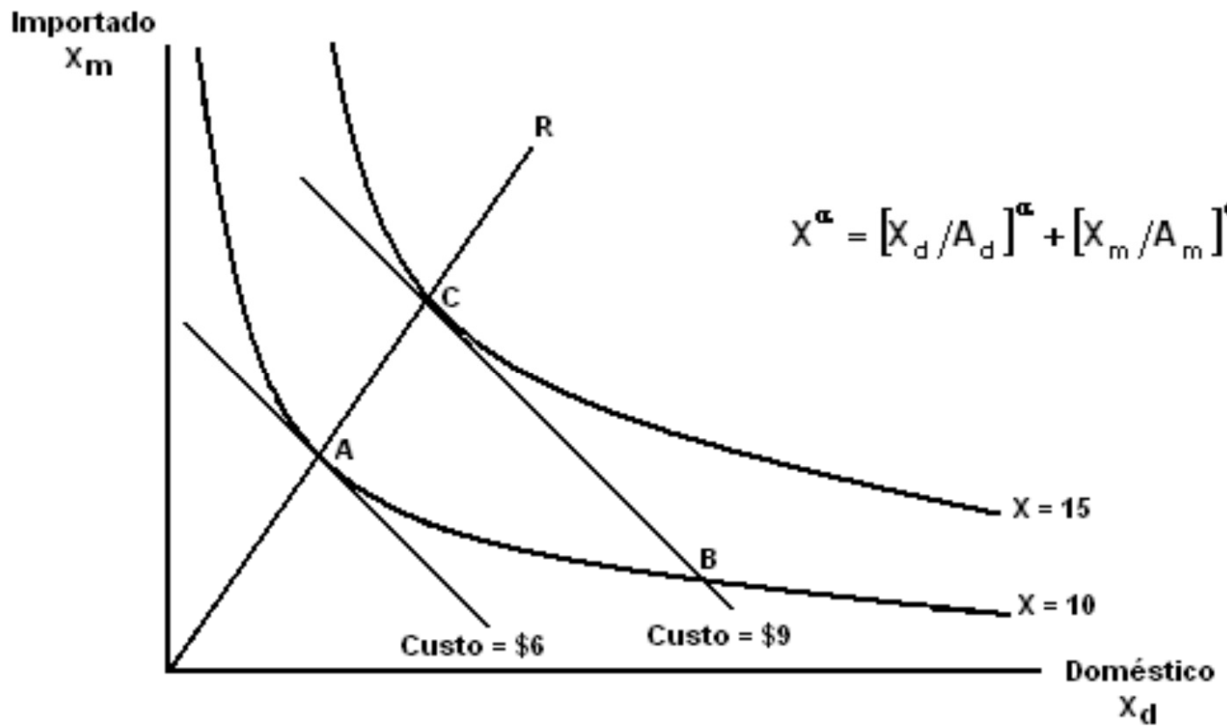


Modelos de variáveis em níveis

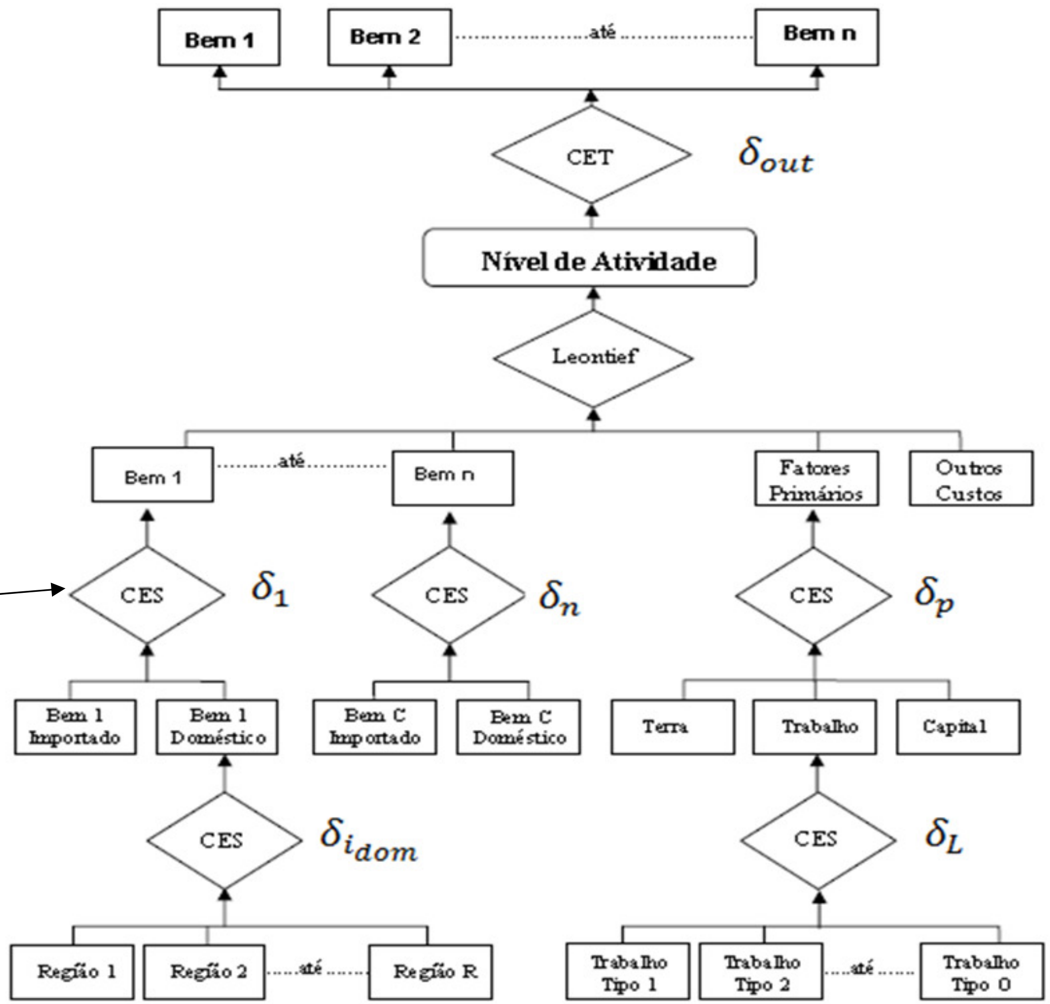
- Não exigem a prévia linearização do sistema;
- São resolvidos diretamente como um bloco de equações não-lineares - GAMS/MINOS5.
- Desvantagem: a solução é em nível das variáveis. Como o que interessa geralmente é a variação, estas deverão ser calculadas "a posteriori".
- Geralmente, solução mais difícil de ser obtida. Problemas com convergência.
- Mas ambos os métodos dão resultados comparáveis em termos de qualidade. Questão de preferência.
- Leitura: Hertel, Horrige and Pearson (1991). "Mending the Family tree: a reconciliation of the linearization and levels schools of CGE modelling".

Algumas formulações comuns em modelos EGC: a função CES (Ex: formulação Armington)

- Linearmente homogênea (retornos constantes à escala)
- Elasticidade de substituição constante.



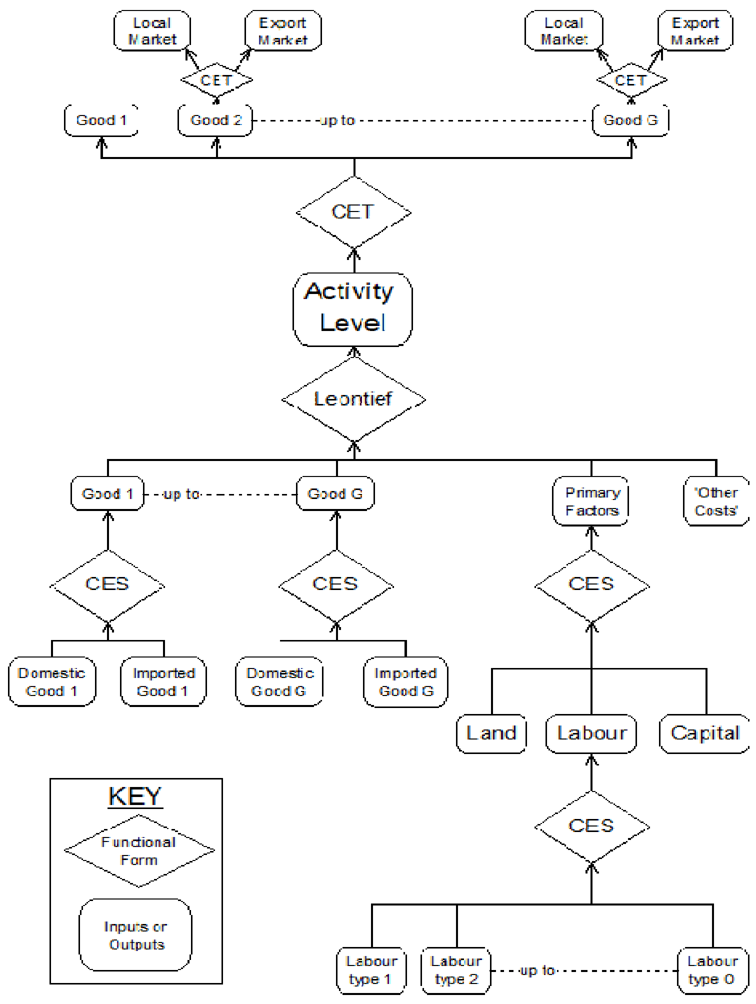
Árvores de decisão aninhadas: função de produção.



$$x_d = q - \delta_1.(p_d - p_{comp})$$
(Armington)

$$P_{comp} = SHR_{dom}.P_{dom} + SHR_{imp}.P_{imp}$$

Árvore de decisão na produção e exportação



Modelos de diversas abrangências regionais

- Modelos globais de comércio: GTAP, MIRAGE (Cepii), etc.
- Modelos de um país único.
- Modelos de um país com extensão inter-regional:
  - Top-down
  - Bottom-up
- Modelos inter-regionais:
  - Com detalhamento estadual “bottom-up”.
  - Detalhamento territorial subregional (municipal) “top-down”.

Modelos EGC

- São modelos complexos.
- Críticas: “caixa preta”. Mas todas as hipóteses são cuidadosamente explicitadas nas equações.
- São <u>modelos</u>, e como tal devem ser encarados:
  - elementos auxiliares do pensamento na análise de problemas.
- Regra australiana: idealmente, todos os resultados deveriam poder ser explicados via um cálculo “back of the envelope”.
- Análises “sobe-desce”: sem sentido.
- Resultados explicados com base na estrutura do modelo.

Leituras – 1a aula

- Introdução aos Modelos de Equilíbrio Geral Computável: Conceitos, Teoria e Aplicações. ESALQ. LES. Série didática no. 120. 2018.
- Sterman, J. A Skeptic's Guide To Computer Models. 1991. Mimeo.
- Hertel, Horrige and Pearson (1991). "Mending the Family tree: a reconciliation of the linearization and levels schools of CGE modelling".