

INTRODUÇÃO AOS MODELOS DE EQUILÍBRIO GERAL
COMPUTÁVEL: CONCEITOS, TEORIA E APLICAÇÕES.

Joaquim Bento de Souza Ferreira Filho

Série Didática no. 120

Universidade de São Paulo
Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”
Departamento de Economia e Sociologia Rural
Outubro de 2018

1. Apresentação

Este texto tem a finalidade de introduzir os interessados no mundo dos modelos de equilíbrio geral computáveis ¹(EGC). Não tem a pretensão de se constituir em uma obra completa no assunto, para o que existem hoje disponíveis excelentes livros texto, geralmente em língua inglesa. Seu objetivo é servir como material introdutório ao tema, abordando de forma simplificada alguns aspectos teóricos centrais nos modelos EGC. A experiência do autor com a construção, utilização e ensino desta categoria de modelos mostrou que, em geral, a maior dificuldade encontrada pelos iniciantes no assunto se concentra em alguns poucos aspectos centrais dos modelos que, se bem que não sejam propriamente complexos, estão sempre mais ou menos envolvidos em uma “aura de mistério” totalmente injustificada.

Desta forma, este texto buscará esclarecer alguns destes aspectos que, no julgamento do autor, constituem-se nos pontos principais, através de demonstrações simples e exemplos, bem como da abordagem essencialmente necessária dos aspectos teóricos centrais, como é o caso da Lei de Walras. Espera-se que ao cabo da leitura (e digestão) do material aqui contido seja possível ao leitor compreender os principais aspectos do funcionamento de um modelo EGC.

Procurou-se também fornecer algumas referências necessárias aos interessados em se aprofundar no tema. Um estudo detalhado destas referências é obrigatório para aqueles que, findo o estudo deste trabalho, estiverem suficientemente convencidos do seu interesse em seguir adiante no assunto. Da compreensão dos aspectos aqui abordados à efetiva construção e implementação de um modelo EGC há ainda uma longa distância, que só poderá ser vencida com disciplina, dedicação e gosto pela arte da modelagem econômica.

De qualquer forma, a crescente utilização desta categoria de modelos nas mais diversas áreas da análise econômica atualmente faz com que seja importante o conhecimento de seus mecanismos principais, mesmo para aqueles que não pretendam utilizar diretamente estes modelos no seu dia a dia. Como se verá adiante, mesmo sem conhecer detalhadamente um determinado modelo é possível, através da informação a respeito de algumas de suas características principais, conhecer algo a respeito de seu caráter e de seu modo de operar, tornando-se possível, desta forma, a interpretação de seus resultados. O desconhecimento destes aspectos, por outro lado, torna impossível a interpretação de estudos que se utilize desta abordagem de análise.

¹ Ou modelos computáveis de equilíbrio geral.

2. Aspectos teóricos².

Na elaboração de modelos para análise de políticas econômicas depara-se sempre com o problema existente entre a simplificação teórica e a realidade empírica. Robinson (1989) classifica os modelos com relação à sua estrutura como um "continuum" entre modelos analíticos, estilizados e aplicados, em ordem crescente de complexidade empírica. Segundo aquele autor, os modelos analíticos são aqueles elaborados para se analisar as implicações de conjuntos de postulados teóricos, evitando as pressuposições a respeito das magnitudes dos parâmetros envolvidos: busca-se o menor conjunto de pressuposições requeridas para explicar dados fatos estilizados.

São, portanto, modelos deliberadamente simplificados, com vistas a concentrar a atenção nos mecanismos causais e nas pressuposições importantes do modelo. Os fatos estilizados são frequentemente exagerados, o que simplifica o modelo analítico e permite a análise matemática de suas propriedades. Dado o "trade-off" existente entre relevância empírica e tratabilidade, estes modelos são geralmente de equilíbrio parcial. Estas características dos modelos analíticos fazem com que os mesmos sejam de aplicação limitada: fenômenos econômicos captados por modelos particulares podem atuar em direções contraditórias, com o resultado líquido dependendo dos valores dos parâmetros relevantes.

Os modelos numéricos estilizados, por sua vez, apresentam um maior grau de compromisso com a realidade empírica que os anteriores, e são utilizados para resolver problemas muito difíceis para serem resolvidos analiticamente, ou que apresentem resultados ambíguos dependendo do valor dos parâmetros, ou para ilustrar o grau de magnitude de fenômenos cujas propriedades analíticas são bem conhecidas. Estes modelos, embora mais complexos que os anteriores, tendem a permanecer ainda próximos daqueles, uma vez que seu objetivo é explorar mecanismos causais particulares.

Finalmente, os modelos aplicados distinguem-se dos anteriores por incorporarem um grande número de fatos estilizados, e por serem elaborados para capturar características de economias ou situações particulares. Assim, enquanto um modelo estilizado pode ser utilizado para representar um grande número de países com características semelhantes, o nível de

² Esta seção está baseada em Robinson (1989).

detalhamento institucional de um modelo aplicado faz com que o mesmo represente um país específico, apenas.

Naturalmente, existem custos e benefícios associados à opção por cada um destes modelos, sendo que cada qual adequa-se melhor a uma finalidade específica. Contudo, o grau de detalhamento institucional envolvido nos modelos aplicados torna-os os mais indicados para a análise de políticas, onde investigações detalhadas e considerações sobre circunstâncias específicas de uma dada economia são requeridas. Esta riqueza de detalhes torna, por outro lado, estes modelos mais difíceis de interpretar que os anteriores, devendo-se ter um grande cuidado para não se perder de vista os principais mecanismos causais envolvidos. Nesta categoria enquadram-se os modelos aplicados de planejamento multi-setoriais, como os modelos de equilíbrio geral computáveis - EGC, que são o objetivo deste trabalho.

3. Os modelos multi-setoriais

Esta seção tem por objetivo situar, de forma resumida, os modelos EGC na cronologia do desenvolvimento dos modelos multi-setoriais de planejamento. Como se verá, os modelos EGC são a etapa mais recente em um longo processo de desenvolvimento de modelos, em ordem crescente de complexidade e de capacidade de lidar com a endogeneidade dos preços no sistema econômico.

3.1 Os modelos de insumo-produto

Os modelos de equilíbrio geral computável desenvolveram-se a partir de uma longa tradição de modelos multi-setoriais de planejamento, iniciada na década de 30 com o trabalho pioneiro de Leontief (1936)³, que deu início ao que se convencionou chamar de análise de insumo-produto. Um modelo de insumo-produto é construído a partir de informações econômicas de dada região, que é dividida em determinado número de setores produtivos. Os dados necessários são os fluxos de produtos entre cada um destes setores, sendo estes fluxos interindustriais medidos em unidades monetárias e para dado período de tempo.

A estrutura matemática de um modelo de insumo-produto consiste em um conjunto de n equações lineares com n incógnitas, e pode, portanto, ser resolvido através de inversão de matrizes.

³ Na realidade, o trabalho de Leontief pode ser visto como a formalização das idéias propostas por François Quesnay no "Tableau Économique", de 1758. Ver Miller e Blair (1985).

A solução do sistema dá os requerimentos necessários de cada produto para satisfazer determinado vetor de demandas finais, o que consiste numa solução de equilíbrio geral na esfera produtiva da economia (Dervis et alii, 1982). Por construção, a solução do sistema (também chamada de "inversa de Leontief") é uma matriz não negativa, ou seja, existe sempre um vetor de produção bruta que satisfaça qualquer nível de demanda final mais a correspondente demanda intermediária induzida. Se esta produção é compatível com a capacidade instalada da economia ou não, entretanto, é uma questão que o modelo não endereça, e que deve ser analisada fora do mesmo. Finalmente, como notam Dervis et alii (1982), a menos que a economia em questão seja uma economia centralizada, com as produções setoriais determinadas pelo governo, o modelo básico de insumo-produto não contém quaisquer variáveis de política.⁴

O modelo estático de insumo-produto descrito acima pode ainda ser modificado para gerar modelos de insumo-produto dinâmicos. Para tanto, é necessário se fazer a distinção entre investimento e consumo dentro do vetor de demandas finais, tornando o investimento endógeno. Estes modelos incorporam ao modelo estático uma teoria de investimento do tipo "acelerador", onde a demanda corrente por investimento depende do crescimento esperado futuro da produção (Taylor, 1975). Incorporam ainda duas pressuposições fundamentais, quais sejam a de que a relação incremental capital-produto é fixa por setores; e a de que o estoque de capital por setor tem uma estrutura de composição fixa, ou seja, é definido como um agregado fixo de vários bens (Dervis et alii, 1982).

O modelo básico de insumo-produto pode ainda ser aumentado para se gerar os chamados modelos de consistência inter-setorial, ou simplesmente modelos de consistência. Segundo Clark (1975), isto é feito aumentando-se a interdependência em um sistema do tipo Leontief, através da ampliação do "fechamento" do mesmo, ou seja, "...da conversão de variáveis exógenas no modelo usual de Leontief em variáveis estimadas endogenamente" (Clark, 1975). Estes modelos, entretanto, conservam a característica básica dos modelos de insumo-produto de não endereçar a factibilidade da solução, mas apenas os requerimentos necessários ao atendimento das metas traçadas exogenamente.

⁴ Para maiores detalhes a respeito dos modelos de insumo-produto ver Bulmer-Thomas (1982), Dervis et alii (1984) e Miller e Blair (1985), entre outros.

3.2 Os modelos de programação linear

Enquanto os modelos anteriores são modelos internamente consistentes mas que não têm mecanismos endógenos de escolha entre alternativos cenários possíveis, os modelos de programação linear (PL) introduziram um grande grau de flexibilidade na estrutura linear básica de insumo-produto, ao permitir restrições de desigualdade e de explicitar a maximização de uma função de preferência nos mesmos. A maximização implica a possibilidade de escolha, o que por sua vez implica que o conjunto de escolhas viáveis definidas pelas equações matemáticas do modelo contém diversas soluções alternativas (Dervis et alii, 1982). De fato, a introdução das desigualdades nas restrições básicas do modelo de PL elimina a rigidez que aparece nos modelos de insumo-produto, uma vez que as igualdades estritas são restrições mais fortes que as desigualdades. Deste modo, por exemplo, em um modelo de PL o produtor pode optar entre usar ou não toda a sua capacidade instalada, o que não acontece nos modelos de insumo-produto, onde toda a capacidade instalada observada deverá ser utilizada.

A estrutura matemática dos modelos de PL consiste, resumidamente, em maximizar (ou minimizar, dependendo do problema) dada função objetivo sujeita a determinado conjunto de restrições. Estas restrições tipicamente incluem as características tecnológicas da economia, bem como a sua restrição de recursos naturais. A solução apresenta uma característica que tornou estes modelos especialmente atrativos aos pesquisadores ligados ao planejamento do desenvolvimento: o resultado dual, que gera multiplicadores que podem ser interpretados como indicadores de escassez, ou preços de mercado. Deste modo, os modelos de PL permitem tratar não apenas de aspectos puramente quantitativos, mas também com as implicações a respeito dos preços das soluções alternativas, ou do valor das restrições para função objetivo.

Como os modelos de insumo-produto, entretanto, os modelos de PL não podem tratar os preços endogenamente, o que se constitui em um problema crucial a limitar sua aplicação a economias de mercado, não planejadas centralmente. Conforme salientado por Dervis et alii (1982), o comportamento econômico dos agentes deve ser expresso a preços endógenos correntes de produtos e fatores, ou seja, os preços expressos pelo dual do problema de PL. Entretanto, "...a solução primal não pode incluir os preços-sombra da solução dual, uma vez que esta é obtida como subproduto daquela. Não se pode em geral esperar que a alocação de recursos e a estrutura produtiva determinados pela solução primal do problema seja compatível com as rendas e orçamentos gerados pela solução dual. De fato, se os preços dos fatores têm alguma influência

sobre a estrutura de demanda, as quantidades ofertadas, que são o resultado da solução primal não serão, em geral, iguais às quantidades demandadas determinadas pela solução dual." (Dervis et alii, 1982).⁵

Como se viu, portanto, em um modelo de PL o vetor de demandas finais não está vinculado ao vetor de rendas dos fatores implícito na solução, não havendo mecanismos de "feedback" que determinem ajustamentos nos preços. Os modelos de equilíbrio geral computável apresentam este mecanismo. São modelos de preços endógenos, onde os mesmos se ajustam até que as decisões tomadas na esfera produtiva da economia sejam consistentes com as decisões de demanda dos agentes.

3.3 Os modelos de equilíbrio geral computável- EGC

Na década de 70 iniciou-se o trabalho em um novo tipo de modelo multi-setorial que simulasse o funcionamento de economias de mercado, com soluções simultâneas para preços e quantidades, os modelos de Equilíbrio Geral Computável. Estes modelos representam um desenvolvimento natural dos modelos de insumo-produto e de programação linear, incluindo equações não lineares e substituição neoclássica na produção e demanda.

Os modelos de equilíbrio geral computável são o avanço mais recente na área de modelos aplicados de planejamento multi-setoriais. Seu funcionamento se dá através da simulação das interações dos vários agentes econômicos com comportamento otimizador nos mercados. O modelo apresenta características estruturais, exigindo uma especificação completa tanto do lado da oferta quanto da demanda em todos os mercados.

De acordo com Ginsburg e Robinson (1984), um modelo de EGC pode ser descrito sinteticamente em termos dos seguintes componentes:

1. A especificação dos agentes econômicos cujo comportamento será analisado, como por exemplo, as famílias, o governo, as empresas;
2. As regras de comportamento destes agentes, que refletem sua motivação. Aqui temos, por exemplo, as hipóteses de maximização de lucro e de utilidade;

⁵ Para uma discussão detalhada a respeito de modelos de programação linear ver Taylor (1985). Ginsburg e Robinson (1984) também apresentam discussão teórica a respeito do tema. Westphal (1975) apresenta uma aplicação onde se procura computar os preços-sombra de modo a representarem preços de mercado.

3. Os sinais observados pelos agentes para a sua tomada de decisão, como por exemplo os preços e as rendas;
4. A especificação das "regras do jogo" com as quais os agentes interagem, que são as especificações de formas funcionais e restrições do problema.

Adicionalmente, deve-se definir ainda as condições de equilíbrio, que são restrições agregadas que devem ser satisfeitas, mas que não são levadas explicitamente em conta pelos agentes quando de sua tomada de decisão. Em termos formais, um equilíbrio pode ser definido como um conjunto de sinais tais que os resultados das decisões isoladas dos agentes satisfaçam em conjunto as restrições do sistema. Assim, por exemplo, o equilíbrio de mercado no modelo competitivo é definido como um conjunto de preços e quantidades associadas tais que o excesso de demanda em todos os mercados seja igual a zero.

Embora a noção de equilíbrio geral descrita acima remonte a Walras, a implementação empírica destes modelos inicia-se com o trabalho pioneiro de Johansen (1960) para a economia norueguesa. Como método de solução do sistema de equações representativo da economia, o autor inicialmente linearizou as equações do modelo, resolvendo-o a seguir para as variáveis endógenas através de inversão de matrizes, obtendo resultados em taxas de crescimento.

No início dos anos 70, Scarf e Hansen (1973) propuseram um outro método de resolução que consiste basicamente em um algoritmo para encontrar um ponto fixo em um "mapping" de preços para preços através de equações de excesso de demanda (Robinson, 1989). Manne (1985) discute em detalhes o conceito de equilíbrio proposto por Scarf e Hansen. Este método gera resultados em níveis das variáveis, e não em taxas de crescimento como no caso anterior. Atualmente, existem técnicas numéricas que permitem resolver os modelos diretamente como um conjunto de equações algébricas não lineares.

A teoria neoclássica de equilíbrio geral fornece, de maneira geral, a base teórica para os modelos EGC. Entretanto, em estudos aplicados, particularmente nos países em desenvolvimento, este paradigma tem sido "estendido" para capturar características estruturalistas dos mesmos, como rigidez de preços e salários, por exemplo⁶. Algumas características centrais dos mesmos, entretanto, estão necessariamente presentes em todos os modelos, e serão discutidas a seguir.

⁶ Existem ainda outros tipos de modelos menos utilizados. Para uma discussão mais completa, ver Ferreira Filho (1995).

4. Estrutura e funcionamento de um modelo EGC

4.1 Validação do modelo a partir de valores observados do ano base: o método de calibração.

Os modelos EGC possuem uma lógica de funcionamento bastante diferente dos modelos econométricos aos quais geralmente se está mais acostumado. Nos modelos EGC, os parâmetros relevantes são, em geral, calibrados, e não estimados a partir de técnicas estatísticas, como nos modelos econométricos. Isto significa dizer que os valores da maioria dos parâmetros relevantes para o funcionamento do modelo são calculados a partir de uma única observação das variáveis exógenas em um determinado ano base, que servirá de referência para as simulações. Por isto, os modelos EGC estão sempre calibrados para um ano específico. As implicações deste método serão analisadas com mais cuidado adiante.

Antes, entretanto, vamos ver um exemplo simples de como funciona o método de calibração (ou validação) do modelo. Admita-se, por exemplo, que determinado modelo EGC possui uma função consumo em sua estrutura do seguinte tipo:

$$C = b.Y \quad (1)$$

onde **C** é o consumo de dado bem, **Y** é a renda disponível do agente, e **b** a propensão marginal a consumir da renda disponível. Conquanto extremamente simples, esta estrutura é suficiente para ilustrar o problema da calibração. As variáveis **C** e **Y** possuem valores observáveis. O valor de **b**, entretanto, não é conhecido, e deverá ser calculado de alguma maneira. Pelo método econométrico, **b** poderia ser calculado adicionando-se um termo de erro à equação (1), e estimando-se seu valor a partir de uma série de valores de **C** e **Y** por um método econométrico qualquer, Mínimos Quadrados Ordinários, por exemplo.

Pelo método da calibração, entretanto, o caminho seria outro. O valor de **b** seria calculado a partir de apenas uma observação de **C** e **Y** em dado ano. Desta forma, se:

$$C = 100 \text{ e } Y = 500, \text{ então } b = (100/500) = 0,2.$$

Em termos mais formais, o significado preciso da calibração dos modelos e suas implicações podem ser melhor entendidos através do exemplo a seguir, extraído de Bergman (1990). Admita-se uma especificação geral de um modelo EGC, onde **Y** seja um vetor de **n** variáveis endógenas, **X** seja um vetor de variáveis exógenas, **B** um vetor de **m** parâmetros

desconhecidos, e \mathbf{u} um vetor de perturbações estocásticas. Em seu formato implícito, este modelo poderia ser representado por:

$$F_i(Y, X, B, u) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

O método de calibração consiste em se considerar todos os componentes de \mathbf{u} como sendo zero e resolver o sistema para o vetor \mathbf{B} , tendo como base uma única observação de \mathbf{X} e \mathbf{Y} . Entretanto, como geralmente \mathbf{B} tem mais do que n componentes ($m > n$), são necessárias ainda mais informações além das contidas em \mathbf{X} e \mathbf{Y} para se determinar os $m-n$ parâmetros restantes. Como se pode ver, portanto, o método de calibração dos parâmetros assume que os valores observados das variáveis endógenas são determinados apenas pelos fatores explicitamente incluídos no modelo (ou seja, considera-se que os termos de erro são zero), uma pressuposição forte. Conforme salientado por Adams e Higgs (1990), este é uma abordagem não estocástica da economia. Embora isto não signifique que o uso destes modelos implique uma visão determinística da mesma, os modelos EGC tratam da parcela sistemática, e não da randômica, das respostas das variáveis econômicas a estímulos exógenos.

A maneira ideal de se escolher o vetor \mathbf{B} dos parâmetros seria, naturalmente, um trabalho econométrico que levasse em conta as restrições do sistema. Isto, entretanto, em geral não é viável na prática, por problemas de disponibilidade de dados e de limitação de recursos. Um modelo EGC de tamanho médio possui, tipicamente, algumas centenas de parâmetros a serem calibrados, o que restringe severamente a estimação econométrica. Deste modo, a maneira mais usual de se estimar \mathbf{B} é a através do método da calibração de seus valores a partir de um retrato da economia em dado ano base. Calibrar o modelo, portanto, significa escolher os valores para seus parâmetros de forma a se garantir que os dados do ano base sejam uma solução de equilíbrio para o mesmo, sendo que os parâmetros que não puderem ser deduzidos desta forma deverão ser obtidos de outras fontes, como da literatura ou mesmo arbitrariamente⁷.

Embora viabilize a implementação dos modelos, este método apresenta algumas limitações importantes, as quais não se deve perder de vista. Em primeiro lugar, como salientado por Adams e Higgs (1990), os dados observados de uma economia em um ano base contém componentes

⁷ A necessidade da escolha arbitrária é mais frequente do que se possa imaginar. Valores-chave em modelos, como elasticidades de substituição de fatores primários e no comércio internacional simplesmente não estão disponíveis na literatura, quando se considera grande número de setores produtivos.

aleatórios, além dos sistemáticos, de forma que o uso de **B** calculado a partir dos mesmos em conjunto com **X** reproduzirão na realidade as parcelas sistemáticas e aleatórias em **Y**. Deste modo, se o ano base for um ano atípico, onde alguns dos valores de **Y** incorporem grandes componentes aleatórios, alguns elementos de **B** calibrados a partir daí acabarão tendo valores não confiáveis. Este é o caso, por exemplo, da calibração de funções de produção dos setores da agropecuária em um eventual ano onde tenha ocorrido uma seca importante. Os parâmetros calibrados a partir destes dados representarão uma função de produção da agropecuária em ano de seca, e não em um ano “normal”.

Em segundo lugar, conforme notado por Bergman (1990), a necessidade prática de se restringir o número de parâmetros a serem estimados restringe a escolha das formas funcionais àquelas com um pequeno número deles, o que implica em pressuposições restritivas a respeito das restrições tecnológicas e de preferências dos agentes. Finalmente, o método da calibração para a estimação dos parâmetros não gera quaisquer medidas a respeito da qualidade das estimativas. Apesar destes problemas, entretanto, este é o método utilizado na esmagadora maioria dos modelos de EGC em todo o mundo, dadas as dificuldades na implementação de um método econométrico com aquela finalidade⁸.

Estes problemas são potencialmente importantes, especialmente em países onde a escolha do ano base é severamente limitada pela periodicidade dos dados disponíveis, como no Brasil. Isto faz com que os modelos AEG não sejam adequados para se fazer exercícios de previsão, para o que os modelos econométricos são mais recomendáveis. Os modelos AEG são de grande utilidade para se estudar o inter-relacionamento entre as variáveis do sistema econômico, e para análises de sensibilidade com parâmetros de política. São mais adequados para a análise do sentido e magnitudes relativas de variação das variáveis endógenas quando de dados choques exógenos do que para a determinação das magnitudes absolutas das mesmas.

4.2 A base de dados para a calibração dos modelos EGC: a Matriz de Contabilidade Social (SAM).

Como se pode anteciper a partir da discussão anterior, modelos aplicados em geral, e modelos EGC em particular, são extremamente demandantes em termos de dados. A matriz de insumo-produto fornece grande parte dos coeficientes e parâmetros necessários para os modelos

⁸ Para um exemplo da aplicação do método econométrico aos modelos EGC ver Whalley e Mansur (1984).

EGC. Os dados restantes são obtidos através de fontes diversas, como as Contas Nacionais, Censos Econômicos, Pesquisas Domiciliares, outros trabalhos da literatura, estimação econométrica e, conforme mencionado anteriormente, "guesstimativas" (guesstimates), ou seja, pressuposições feitas pelos autores a respeito dos valores dos parâmetros em questão com base na teoria econômica, na experiência e nas particularidades da economia em estudo. Os dados que servem de base aos modelos EGC são organizados através de uma Matriz de Contabilidade Social (SAM)⁹.

A SAM apresenta, em um conjunto unificado de contas, uma descrição completa do fluxo circular de fundos na economia, distinguindo os agentes e instituições que se deseja tratar separadamente no modelo. A mesma é, portanto, modelo-específica, devendo ser construída à luz do modelo que se deseja implementar. A matriz de insumo-produto faz parte da SAM, que amplia seu escopo para além das relações entre produtores apenas, incluindo na análise as transferências de fundos entre os agentes da economia. A principal característica de uma SAM é que cada linha e coluna refletem uma conta separada, para a qual receitas e despesas devem se contrabalançar (Dervis et alii, 1982), onde as linhas refletem receitas e as colunas as despesas. Deste modo, em contraste com a matriz de insumo-produto, a SAM deve ser quadrada, com a soma das linhas e colunas correspondentes iguais.¹⁰

Uma SAM representa uma imagem estática de uma economia em um dado momento e, da mesma forma que a matriz de insumo-produto, sem a introdução de hipóteses adicionais é basicamente uma representação contábil do sistema econômico. Embora esta "fotografia" possa mostrar muitas características importantes desta economia, sua conversão em uma ferramenta de análise requer a introdução de hipóteses adicionais, conforme será discutido adiante.

O princípio de elaboração de uma SAM é o da contabilidade de partidas dobradas. É um conjunto de contas onde entradas e saídas (ou renda e despesa) devem se equilibrar. Isto deve ser assim porque, em um fluxo circular, o que é despesa para algum agente será necessariamente receita para outro. A diferença entre a SAM e apresentação contábil usual é que a SAM possui uma representação compacta, na forma matricial. O efeito de dupla entrada é obtido através desta representação matricial, onde cada conta possui uma linha e uma coluna. A convenção na sua construção é que os valores representam despesas quando lidos ao longo das colunas, e receitas

⁹ Social Accounting Matrix.

¹⁰ Para maiores informações a respeito da construção de uma SAM veja Pyatt e Round (1979), Pyatt e Round (1985), King (1981), e Dervis et alii (1982), sendo que este último também traz aplicações das mesmas aos modelos EGC.

quando lidos ao longo das linhas. Desta forma, as somas de cada linha e coluna respectiva devem se balancear, indicando que para cada conta os recebimentos devem ser iguais às despesas.

De maneira geral, existem seis tipos genéricos de contas numa SAM: atividades, produtos, contas de fatores de produção (capital e trabalho), conta corrente das instituições domésticas (famílias, firmas e governo), uma conta de capital, e uma conta do resto do mundo (Sadoulet e de Janvry, 1995). Cada um destes conjuntos de contas pode ainda ser subdividido de diversas maneiras, dependendo da finalidade do estudo a que se destina a SAM. Na SAM apresentada por Ferreira Filho et al (2015), por exemplo, existem 30 atividades e 35 produtos.

Tabela 1. Uma SAM esquemática.

	Atividades	Produtos	Trabalho	Capital	Famílias	Governo	Conta de capital	Estoques	Resto do mundo	
Atividades		Oferta doméstica no mercado interno							Exportações	Valor da produção doméstica
Produtos	Consumo intermediário				Consumo famílias	Consumo governo	Investimento	Estoques		Valor da produção no mercado interno
Trabalho	Salários									Total salários
Capital	Rendimento do capital									Total rendimento capital
Famílias			Salários	Rendimento do capital		Transferências				Rendimento das famílias
Governo	Impostos indiretos	Imposto de importação			Impostos diretos + indiretos		Capitais			Rendimentos do governo
Conta de capital					Poupança	Poupança			Capitais	Total Conta Capital
Estoques							Estoques			Total Estoques
Resto do mundo		Importações					Capitais			Total pagamentos ao ROW
	Valor da produção doméstica	Valor da produção no mercado interno	Total despesas com salários	Total despesa de capital	Despesas das famílias	Despesas do Governo	Total da Conta de Capital (despesas)	Despesas com estoques	Total pagamentos do ROW	

A Tabela 1. Uma SAM esquemática. mostra uma SAM esquemática. Na verdade, as SAM encontradas em trabalhos empíricos podem ser bastante diferentes desta, uma vez que não há um formato único para sua apresentação, que depende do tipo de trabalho a ser realizado e mesmo das preferências do pesquisador. Em particular, a ordem em que aparecem linhas e colunas é irrelevante, desde que os balanços contábeis fundamentais sejam cumpridos. Da mesma forma, o nível de valoração utilizado (valores a preços básicos, preços de consumidores ou de produtores) também é uma questão de escolha do pesquisador.

O que todas as SAM apresentam em comum é a convenção contábil utilizada na sua construção. Como visto, a convenção utilizada na construção da SAM é que os valores em seu

corpo representam entradas (receitas) quando lidos ao longo das linhas, e saídas (despesas) quando lidos nas colunas. Da mesma maneira, ter-se-ia fluxos reais (de produtos) para os valores lidos no sentido anti-horário, e fluxos financeiros (pagamentos) para valores lidos no sentido horário. Estes aspectos ficarão mais claros a seguir.

Na SAM esquemática, as **atividades** são as atividades produtivas, que geram **produtos**. Acompanhando-se a coluna **Atividade** da SAM resumida, vê-se que as atividades consomem produtos no processo produtivo, que é o consumo intermediário. Deste modo, a linha **Produtos** “envia” para a coluna **Atividades** parte de sua produção (um fluxo real), e recebe por ela o valor respectivo. Do mesmo modo, as atividades consomem fatores de produção primários (trabalho e capital), e pagam por eles respectivamente salários e o excedente operacional, que é a remuneração do capital. As atividades pagam ainda impostos indiretos para o governo.

Na linha **Atividade**, verifica-se um ingresso correspondente ao valor da produção na coluna **Produtos** e outro na coluna **Resto do Mundo (ROW)**. A soma destes dá o valor que as atividades produtivas domésticas recebem pela sua produção. A parcela correspondente à coluna produtos representa a oferta doméstica para o mercado interno, enquanto a correspondente à coluna ROW representa o valor das exportações. Novamente, verifica-se que a linha “envia” produtos e recebe o valor da produção. Como se pode ver, os totais da linha atividade e da coluna atividade devem necessariamente ser iguais: o valor total da produção de uma atividade é distribuído entre consumo intermediário, pagamentos aos fatores primários de produção (valor adicionado), e pagamento de impostos.

A próxima coluna da SAM é a coluna **Produtos**. Esta coluna representa o mercado interno do bem. Deste modo, o mercado interno recebe das atividades produtivas parte da produção doméstica (e paga por ela o respectivo valor), e recebe ainda do ROW as importações de produtos, pagando por eles seu valor respectivo, e pagando ainda ao governo os impostos de importação correspondentes. Deste modo, o total da coluna produtos representa a oferta total interna (produção doméstica mais importações) de cada bem. Na linha produtos tem-se agora o destino que os produtos têm no mercado doméstico: consumo das famílias, consumo do governo, demanda para investimento e estoques. Novamente, os totais das linhas e colunas devem ser idênticos.

A seguir, têm-se duas colunas que mostram o destino do valor adicionado gerado pelos fatores de produção **trabalho** (que poderia ser desagregado ainda em, por exemplo, rural e urbano, e para diversas faixas de salário) e **capital** (ou excedente rural, e capital urbano). Os mesmos são

distribuídos aos proprietários destes fatores, as famílias. Novamente, a coluna "consume" o fator provido pela linha, e paga por ele seu valor correspondente.

A maneira como as instituições, famílias e governo, gastam sua renda é explicitada nas colunas seguintes. As famílias gastam em consumo de produtos, pagam impostos diretos e poupam. O governo consome produtos (basicamente da atividade serviços), efetua transferências para as famílias (pagamentos da previdência social, transferências diretas e juros da dívida interna), e poupa. Deve-se observar que o nível de desagregação escolhido nesta SAM esquemática não mostra a destinação específica da poupança do governo. Outros fluxos financeiros, como por exemplo pagamento de juros da dívida externa, poderiam ser facilmente acomodados na SAM, desagregando-se o montante respectivo do valor global da poupança do governo, creditando-se o mesmo valor ao ROW, e fazendo-se as demais modificações contábeis correspondentes, de modo a manter a SAM balanceada.

Note-se que as poupanças são canalizadas para uma linha denominada **Conta de Capital**. Esta não é, naturalmente, uma instituição, mas um artifício utilizado que permite facilitar a visualização dos fluxos na tabela. De forma que também é verdadeiro para qualquer outra conta, esta linha poderia ser desagregada de outras maneiras, dependendo da finalidade de cada estudo. A linha Conta de Capital, portanto, centraliza o recebimento de capitais das diversas instituições: das famílias, do governo e do resto do mundo, sendo esta última parcela o fluxo de capitais externos ao país, incluindo a variação de reservas.

Na sequência vê-se na coluna Conta de Capital a destinação dada a estes fundos na economia: parte dos recursos são investidos (linha produtos), parte financia os gastos do governo, e parte vai para formação de estoques. Observe-se que, nesta apresentação resumida, optou-se (de forma proposital) por não detalhar uma instituição importante, as empresas. Na verdade, elas estão consolidadas na Conta de Capital, uma vez que o investimento da economia é feito por elas. As mesmas poderiam ser facilmente desagregadas na tabela esquemática, incluindo-se uma linha e uma coluna respectiva. Como notado anteriormente, a forma de construir a SAM pode variar, sendo este fato ilustrativo do que foi dito.

Finalmente, a última coluna e última linha mostram o fluxo de fundos do **Resto do Mundo** (ROW) com a economia nacional. Na coluna, vê-se que o ROW recebe as exportações e paga diretamente às atividades o seu valor, remetendo ainda capitais para a conta de capital. Na linha, verifica-se que o ROW envia para o país as importações e recebe por elas seu valor

respectivo, bem como recebe os pagamentos de juros da dívida externa e outras remessas ao exterior. Estas linhas e coluna representam, portanto, o balanço de pagamentos do país (incluindo as variações de reservas), onde apenas o balanço comercial está desagregado.

E, finalmente, deve-se observar que a exemplo da matriz de insumo produto, a SAM é uma representação contábil da economia, uma fotografia de uma dada economia em dado momento do tempo. Sua utilização como modelo de análise requer a introdução de uma hipótese adicional, a de preços fixos. Com isso, é possível se obter multiplicadores diversos de SAM, como multiplicadores de produção, de emprego e de renda. Estes multiplicadores são tipicamente maiores, em termos de valor, do que os obtidos através do modelo de insumo produto, uma vez que amplificam o processo de circulação de fundos na economia, através da inclusão do fluxo circular da renda completo. Como modelo de análise, portanto, padecem das mesmas limitações associadas ao modelo de insumo produto, ou seja, não incorporam as restrições relativas à capacidade produtiva da economia. Sendo modelos guiados pela demanda, sempre haverá uma solução para os multiplicadores, cuja factibilidade deverá ser analisada de forma externa ao modelo.

4.3 Normalização dos modelos EGC: o “numéraire”.

Conforme mencionado anteriormente, há uma série de aspectos teóricos e empíricos associados aos modelos EGC que causam confusão aos iniciantes, sendo a questão do “numéraire” uma delas, tanto no seu aspecto teórico quanto da sua implementação empírica. Do ponto de vista teórico, o equilíbrio de mercado no modelo competitivo pode ser definido como sendo um vetor de preços e quantidades correspondentes tais que as funções excesso de demanda em todos os mercados sejam iguais a zero. Ou seja, em uma economia com $n+1$ mercados, a solução para os modelos de equilíbrio geral é um vetor de preços $(P_0, P_1, P_2, \dots, P_n)$ tal que¹¹:

$$EX_i = X_i^D - X_i^S = X_i^D(P_0, P_1, P_2, \dots, P_n) - X_i^S(P_0, P_1, P_2, \dots, P_n) = 0, i = 1, 2, \dots, n$$

onde EX_{i_i} representa o excesso de demanda nos mercados, X_i^D vetores de equações de demanda e X_i^S vetores de equações de oferta.

Uma importante característica das equações de excesso de demanda é que as mesmas são homogêneas de grau zero em todos os preços. Isto significa que nem $X_i^D(P_0, P_1, P_2, \dots, P_n)$ nem

¹¹ Esta exposição está baseada em Dervis et alii (1982). A notação é a mesma daqueles autores.

$X_i^S(P_0, P_1, P_2, \dots, P_n)$ são afetados por mudanças proporcionais nos preços. Deste modo, se um vetor $(P_0, P_1, P_2, \dots, P_n)$ constitui uma solução para o sistema de **n+1** equações de excesso de demanda, então este vetor multiplicado por qualquer constante positiva também irá gerar uma solução para o mesmo sistema, que, deste modo, terá infinitas soluções. Mas isto significaria que um sistema de **n+1** equações com **n+1** incógnitas tem infinitas soluções, o que é claramente um contra-senso.

A solução para o aparente contra-senso reside no fato de que o sistema de equações em questão não é um sistema de equações com sentido puramente matemático, mas sim representativo de um sistema econômico. Vale, portanto, para aquele sistema a lei de Walras, e as **n+1** equações não são independentes.

Neste ponto, vale a pena uma recapitulação da lei de Walras, dada a sua importância para a formulação empírica dos modelos CEG. Tome-se uma economia fechada, com **n+1** bens em quantidade fixas¹² $(x_0^0, x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$. Admita-se que cada agente da economia tem uma dotação inicial de uma determinada quantidade de cada bem, e o transaciona ao preço $(p_0, p_1, p_2, \dots, p_n)$. Sendo X_i^D e X_i^S respectivamente as quantidades demandadas e ofertadas de cada bem por cada agente, tem-se que:

$$P_i \cdot X_i^D = P_i \cdot X_i^S$$

ou seja, cada agente deverá respeitar sua restrição orçamentária. Assim, no agregado:

$$\sum_{i=0}^n p_i \cdot x_i^D = \sum_{i=0}^n p_i \cdot x_i^0 \Rightarrow \sum_{i=0}^n p_i \cdot (x_i^D - x_i^0) = 0 \Rightarrow \sum_{i=0}^n p_i \cdot E_i = 0$$

onde E_i é a função excesso de demanda pelo bem **i**. Esta é a lei de Walras, que estabelece que a soma dos valores dos excessos de demanda em todos os mercados de uma economia deve ser sempre identicamente nula. Note-se que para o resultado acima não se fez nenhuma hipótese a respeito de equilíbrio de mercado. A lei de Walras vale mesmo para preços que não sejam preços de equilíbrio (embora, no modelo Walrasiano, não haja transações fora do equilíbrio).

Admita-se agora que dos **n+1** mercados, **n** estão em equilíbrio, ou seja, nestes mercados:

$$p_i = p_i^e \Rightarrow E_i(p_i^e) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

onde p_i^e é o preço de equilíbrio no mercado do bem **i**.

Pela Lei de Walras tem-se que:

¹² Ver Silberger (1990), p.661.

$$\sum_{i=0}^n p_i \cdot E_i = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^n p_i \cdot E_i(p_i^e) + p_0 \cdot E_0(p_0) = 0 \Rightarrow E_0(p_0) = 0 \Rightarrow p_0 = p^e$$

ou seja, se dos **n+1** mercados de uma economia **n** estiverem em equilíbrio, então o último (o **n+1ésimo**) também estará. Há apenas **n** equações de excesso de demanda independentes, que permitem a determinação de apenas **n** preços relativos, o que dá uma solução única para o sistema nos preços relativos. O nível absoluto de preços, entretanto, é indeterminado no modelo walrasiano. Como salientado por Quirk e Saposnik (1968), este resultado deriva do caráter clássico do modelo, no sentido de que a moeda não é incluída no mesmo como um bem, ou seja, não é uma variável que entra na função utilidade dos agentes, o que resulta na homogeneidade de grau zero em preços nas relações de oferta e demanda do mesmo.

Desta forma, em um modelo aplicado a condição que determina o equilíbrio de um dos mercados deverá estar ausente. Os preços a serem calculados na resolução do modelo não têm significado “per se”, mas apenas quando comparados a outro preço qualquer a ser escolhido, o preço do bem “numéraire”, em relação ao qual todos os preços do modelo serão determinados. Sendo os sistemas de excesso de demanda homogêneos de grau zero em todos os preços, a solução é indiferente à esta normalização:

$E_i(p_0, p_1, p_2, \dots, p_n)$. Dividindo-se todos os preços por p_0 , por exemplo, tem-se que:

$$E_i\left(1, \frac{p_1}{p_0}, \frac{p_2}{p_0}, \frac{p_3}{p_0}, \dots, \frac{p_n}{p_0}\right) = E_i\left(\frac{p_1}{p_0}, \frac{p_2}{p_0}, \frac{p_3}{p_0}, \dots, \frac{p_n}{p_0}\right), \text{ sendo neste caso } p_0 \text{ o “numéraire” do problema.}$$

Conforme mostrado por Dervis et alii (1982), entretanto, em estudos aplicados é conveniente a determinação de algum nível de preços no modelo, além dos preços relativos. Deste modo, fixa-se geralmente o valor do “numéraire” como sendo **igual a 1** (geralmente, mas não necessariamente, 1) de forma exógena, e os preços de todos os outros bens serão então expressos em termos dele, e a economia pode ser encarada como sendo uma economia de trocas, sem moeda¹³.

Deve-se notar que a proposição acima a respeito da neutralidade das variáveis reais em relação ao "numéraire" só é estritamente válida no caso do modelo neoclássico puro, aqui entendido como sendo aquele onde há flexibilidade total em todos os preços. Como notado anteriormente, entretanto, o paradigma neoclássico tem sido "estendido" de diversas maneiras em estudos empíricos, uma vez que suas pressuposições o tornam inadequado para captar as características reais da economia, principalmente nos países em desenvolvimento. Isto faz com

¹³ Na realidade, nos modelos de solução numérica isto é necessário, uma vez que os programas de resolução não são capazes de determinar automaticamente os preços relativos sem a determinação do “numéraire” por parte do modelador. Para uma outra forma de ver a necessidade do “numéraire” ver Pyatt (1988).

que surjam problemas com a escolha do "numéraire", devendo o modelo ser sempre interpretado à luz do mesmo.

Assim, por exemplo, os modelos micro-estruturalistas¹⁴ adotam freqüentemente as hipóteses de rigidez de preços, notadamente de salários e da taxa de câmbio. Pegue-se, por exemplo, o caso dos salários. Se o salário **real** é suposto rígido, isto significa que o salário nominal deve ser fixo em relação a algum índice de preços. Neste caso, o resultado do modelo continuará indiferente com relação à escolha do "numéraire": mesmo que o índice em relação ao qual o salário nominal é tido como fixo seja o escolhido, apenas o salário nominal continuará fixo em termos do mesmo, determinando o salário real, e a solução das demais variáveis do sistema continuará inalterada.

Mas admita-se agora que se tome o índice geral de preços (qualquer que seja ele) como o "numéraire", e que a visão teórica do modelo seja a de que os salários **nominais** é que são rígidos. Agora o sistema deixou de ser homogêneo nos preços, e fixar o salário nominal significa fixá-lo em relação ao nível de preços, ou seja, fixar o salário real. O "numéraire" passa então a ser interpretado como "...um índice de preços que serve como um importante sinal para alguns agentes; uma variável exógena cuja mudança afetará variáveis reais." (Robinson, 1989, p.917). O mesmo vale para a taxa de câmbio ou para qualquer outro preço que se queira tornar rígido¹⁵.

E, finalmente, por razões que, espera-se, estarão mais claras ao término da próxima seção, chama-se a atenção para o fato de que não se deve confundir a necessidade do "numéraire", um problema de natureza microeconômica, com o problema do fechamento macroeconômico do modelo, a ser discutido a seguir.

4.4 Da estrutura microeconômica ao fechamento macroeconômico

Embora os modelos de EGC sejam fundamentados na teoria Walrasiana de equilíbrio geral, ou seja, sejam modelos microeconômicos, o nível de consistência interna requerido pelos mesmos faz com que também haja necessidade de equilíbrio entre os fluxos agregados da economia. Deste modo, por exemplo, a condição de equilíbrio "ex-post" entre poupança e investimento deve ser respeitada. Os agentes individuais, contudo, não se guiam por este equilíbrio agregado, mas apenas

¹⁴ Para uma discussão da tipologia destes modelos, ver Robinson (1989).

¹⁵ Notar, entretanto, que a taxa de câmbio "real" a ser gerada neste caso será apenas um conceito de taxa de câmbio deflacionada pelo índice de preços, e não o conceito moderno de taxa de câmbio real definida como a relação entre os preços dos bens "tradables" e os dos "non-tradables". Esta última continuará flexível, a menos que um nível de preços domésticos apropriado seja escolhido como o "numéraire".

pelas suas restrições individuais. O problema de como este equilíbrio macroeconômico é atingido a partir do comportamento dos agentes individuais representa a visão de diferentes correntes teóricas da macroeconomia, e é referido na literatura como a questão do "fechamento" dos modelos. Inicialmente o foco da discussão foi sobre a maneira pela qual se atinge o equilíbrio entre a poupança e o investimento agregados, mas foi-se gradativamente voltando a atenção também para as contas externas e do governo.

Matematicamente falando, a necessidade do fechamento surge quando se tem um sistema de equações que não seja exatamente determinado, ou seja, quando em um sistema de equações o número de equações independentes for diferente do de variáveis endógenas. Se houver uma equação a mais, por exemplo, uma equação deverá ser abandonada para se obter uma solução consistente para todas as variáveis. O problema do fechamento consiste exatamente em se saber qual será a equação a ser abandonada (se o sistema for sobredeterminado, ou seja, se o número de equações for maior do que o de variáveis), ou quais variáveis passarão a serem consideradas exógenas (se o sistema for subdeterminado, ou se o número de variáveis for maior do que o de equações independentes). Como se verá a seguir, esta escolha não é aleatória, mas depende da visão teórica que se deseja imprimir ao modelo.

O seguinte exemplo, extraído de Martens (1997), modificado de Dewatripont e Michel (1983) é ilustrativo. Considere-se um modelo macroeconômico extremamente simplificado: fechado, com governo, e onde a produção se dê a partir de dois fatores, trabalho e capital. As relações econômicas do modelo são as seguintes:

- 1) $X = f(L, K)$. Função de produção, onde X é a quantidade produzida, L é a quantidade utilizada do fator trabalho e K é a quantidade de capital;
- 2) $w = p.PMA_l$. Determinação da remuneração do fator pelo Valor do Produto Marginal, que determina a quantidade demandada do fator (condição de primeira ordem de maximização de lucro em concorrência perfeita);
- 3) $r = p.PMA_k$. Idem acima para o fator capital;
- 4) $p.I = SF + SG$. Igualdade entre a poupança e o investimento (em valor), onde SF é a poupança das famílias e SG a do governo;
- 5) $SF = s_w.(1 - t).w.L + s_k.(1 - t).r.K$. Definição da poupança das famílias, onde s_w e s_k representam as propensões marginais a poupar da renda proveniente dos salários e dos ganhos de capital e t representa a taxa de imposto sobre a renda;

- 6) $SG = t \cdot (w \cdot L + r \cdot K) - p \cdot G$. Definição da poupança do governo, onde G é o nível de consumo do mesmo;
- 7) $K = K_0$. Pleno emprego do capital, onde K_0 é o estoque dado;
- 8) $L = L_0$. Pleno emprego do trabalho, onde L_0 é o estoque dado;
- 9) $I = I_0$ Investimento é igual a dado nível desejado I_0 ;
- 10) $G = G_0$ consumo do governo é igual a dado nível desejado G_0 ;
- 11) $p = 1$ definição do “numéraire”.

Neste modelo simples, as incógnitas do sistema são a produção (X), as quantidades utilizadas de trabalho e capital (L e K), o preço da produção (p), o salário nominal (w) e a taxa de rendimento do capital (r), o volume total de investimento real (I), o volume de consumo público (G), e as poupanças privadas e pública (SF e SG). São conhecidos os estoques de capital e de trabalho (K_0 e L_0), os volumes desejados de investimento e consumo público (I_0 e G_0), a taxa de imposto (t) e as propensões marginais a poupar (s_k e s_w).

Como se pode ver, o sistema descrito acima é sobredeterminado: há onze equações e dez incógnitas (X , L , K , SF , SG , G , I , w , r , e p). Fechar o modelo, portanto, é eliminar uma daquelas equações. Qual delas escolher, entretanto? Este é o problema da escolha do “fechamento macroeconômico do modelo”. De acordo com Martens (1997) e Lysy (1983), admitindo-se que o estoque de capital é dado e plenamente utilizado (K_0), há quatro grandes tipos de fechamento possíveis: keynesiano, neoclássico¹⁶, kaldoriano, e do tipo Johansen.

Um fechamento keynesiano retiraria do sistema a equação (8), a condição de pleno emprego. Segundo a visão de Keynes, a igualdade “ex-post” entre poupança e investimento é atingida através da variação do produto em resposta a variações da demanda efetiva, e nada garante que a igualdade entre aqueles agregados macroeconômicos determine um nível de emprego equivalente ao pleno emprego. Deste modo, sendo o investimento determinado exogenamente (através do “animal spirits” dos homens de negócio), se o mesmo excede a poupança a dado nível inicial de produção, então a demanda agregada excede a oferta agregada, os empresários realizarão lucro puro (windfall profits), e aumentarão a produção. Isto aumentará o emprego, a renda, o consumo e a poupança, sendo que o processo cessará quando poupança e investimento se igualarem.

¹⁶ Martens (1997) prefere o termo “clássico”, enquanto Lysy (1983) emprega o termo “neoclássico”.

Um fechamento neoclássico, por outro lado, retiraria do sistema a equação (9). De acordo com Lysy (1983), os economistas neoclássicos diriam que a equação a ser retirada seria a do investimento. A razão, diriam eles, é que o investimento é determinado pela disponibilidade de poupança. Em um sistema como esse onde a poupança é função apenas da renda, a mesma está predeterminada uma vez que se assuma a condição de pleno emprego. Não há, portanto, lugar para uma função investimento independente, onde o investimento seja determinado por fatores externos ao modelo (e que estaria determinando exogenamente I_0), uma vez que neste caso só por coincidência se poderia esperar que houvesse igualdade entre o mesmo e a poupança. O investimento não será, portanto, igual a I_0 , um nível desejado, mas sim à poupança total da economia, determinada pela equação (4).

Um fechamento kaldoriano retiraria do sistema a equação que remunera a mão de obra pelo valor do produto marginal do trabalho, a equação (2). Este fechamento admite que um mecanismo (externo ao modelo) de distribuição da renda nacional entre assalariados e rentistas permitirá, dadas as propensões marginais a poupar dos mesmos, gerar renda suficiente para realizar o investimento desejado. Ao final, estando dado $L = L_0$, w será determinado a um nível compatível com o equilíbrio entre investimento e poupança.

E, finalmente, um fechamento do tipo Johansen admite que é o nível de gastos do governo (G) que se ajusta de modo a garantir o pleno emprego dos fatores. Neste caso, a equação a ser retirada do modelo seria a equação (10).

Em qualquer dos fechamentos vistos acima, o sistema¹⁷ se reduz a dez equações e dez incógnitas, apresentando então uma solução única. Como se vê, portanto, a questão do fechamento dos modelos vai muito além da simples exclusão de equações do mesmo. De fato, como visto nos exemplos acima, ela determina os mecanismos teóricos subjacentes.

É importante se entender agora claramente a distinção entre a **Lei de Walras** e a necessidade do **fechamento macroeconômico** do modelo, que, conforme notado anteriormente, são problemas de natureza distinta. Qualquer modelo EGC deverá satisfazer as exigências impostas por ambos os problemas. Onde, portanto, no modelo visto acima se poderia identificar a Lei de Walras? Recapitulando, aquela “lei” estabelece que se em uma economia com **n+1** mercados, **n** estiverem em equilíbrio, então o **n+1ésimo** também estará.

¹⁷ O exemplo visto é de uma economia fechada. A introdução de um setor externo não modifica fundamentalmente o que foi visto, embora seja necessário agora levar em conta a poupança externa, ou seja, definir um fechamento para o setor externo da economia. Ver Ferreira Fo (1995).

Ora, a economia descrita acima possui três mercados que deverão estar em equilíbrio simultâneo: dois mercados de fatores (trabalho e capital) e um mercado de produto (o único bem produzido na economia, o bem X). As equações (2) e (3) garantem o equilíbrio nos mercados de fatores uma vez que são derivadas do sistema de primeira ordem do problema de maximização de lucro. Desta forma, a equação ausente do sistema é a equação do equilíbrio do mercado de produtos, que, pela Lei de Walras, deverá estar automaticamente satisfeita quando as demais o estiverem. Note-se que o sistema de equações traz apenas a função oferta do bem X, a equação (1). Como as equações (4) e (5) definem a poupança da economia, definem automaticamente o consumo total do bem X que, pela Lei de Walras, deverá se igualar à oferta do mesmo.

Fica clara, assim, a distinção fundamental entre a Lei de Walras e o fechamento: a primeira é de natureza microeconômica, e implica a retirada do sistema de uma condição de equilíbrio em um mercado, enquanto o último é de natureza macroeconômica, e implica escolher o agregado macroeconômico que será determinado residualmente pelas outras variáveis do sistema. Um modelo adequadamente especificado será neutro em relação à escolha da equação de equilíbrio a ser retirada devido à Lei de Walras, ou seja, as quantidades de equilíbrio não se alterarão. O mesmo, entretanto, não é verdade em relação ao fechamento macroeconômico, que imprime ao modelo um caráter teórico particular.

4.5 Modelos AEG estáticos x dinâmicos

Os modelos de EGC podem ainda ser estáticos ou dinâmicos. Os modelos estáticos destinam-se à análise de economias em dois momentos particulares do tempo. Assemelham-se, neste sentido, com as análises estático-comparativas dos modelos de equilíbrio parcial, mas agora em um ambiente de equilíbrio geral. Considerações de ordem temporal estão presentes de forma implícita, e serão determinadas pelo fechamento. Por exemplo, em uma análise de curto prazo, uma hipótese comum é a de que o estoque de capital não pode se ajustar plenamente. Pode-se, deste modo, fixar exogenamente o estoque de capital na simulação. Neste caso (que seria, de fato, uma situação de curtíssimo prazo) as taxas de retorno ao capital teriam que se ajustar ao estoque fixo de capital.

Em uma situação intermediária (em termos de prazo), uma hipótese comum é a de que o estoque agregado de capital é fixo, mas é móvel entre as diversas atividades industriais. Neste caso, as empresas trocam o estoque de capital entre si, de acordo com as rentabilidades relativas. No longo prazo, contudo, quando todo tipo de comportamento transitório já foi eliminado, pode-

se fixar a taxa de retorno ao capital nas diferentes indústrias, sob uma hipótese de convergência das mesmas. Neste caso, o estoque de capital por indústria, bem como o estoque agregado, seria endógeno ao modelo, e determinado através do sistema de equações do mesmo. Os diversos valores de parâmetros a serem utilizados nos modelos, como as elasticidades de substituição, por exemplo, dependem do horizonte temporal considerado. Em qualquer destes casos, entretanto, o modelo considera apenas um período futuro, quer seja ele próximo ou distante, uma vez que não há informações de como a economia evolui no tempo.

Os modelos dinâmicos, por outro lado, incluem equações que descrevem a maneira pela qual a economia se desenvolve no tempo. Estes modelos permitem endereçar importantes questões sobre o crescimento econômico, uma vez que possibilitam a análise da acumulação de capital na mesma, bem como a inclusão, nas simulações, de eventos previstos para acontecer em determinado momento do futuro, mas antes do prazo final da simulação. Este é o caso, por exemplo, de campos de petróleo já conhecidos e que ainda não estejam em operação, mas que irão entrar em operação no futuro próximo, e cuja existência afetará o resultado da simulação. Em um modelo dinâmico isso poderia ser incluído nas simulações em algum ano futuro, uma vez que a mesma é feita ano a ano.

Conforme mostrado por Dervis et alii (1982), entretanto, a construção de modelos verdadeiramente dinâmicos, onde esteja presente um processo de “tâtonnement” intertemporal que determine o preço do capital e equalize as taxas de lucro, envolve uma série de questões de natureza teórica bastante complexas, relativas às hipóteses sobre o funcionamento dos mercados futuros e as condições terminais da economia. Estes problemas fazem com que na prática seja adotada de maneira geral uma formulação de dinâmica mais simplificada para o processo, que consiste “...em assumir que a alocação do investimento por setor de destino em cada período é determinado pelos preços, custos de produção e taxas de lucro do período anterior. Abandona-se a idéia de um equilíbrio intertemporal, que é substituído por um modelo recursivo, onde toda a informação requerida para a solução são os parâmetros exógenos e a história passada da economia. É possível que o investimento seja governado por expectativas a respeito do futuro, mas admite-se que esta expectativa é formada apenas com base na experiência passada, e não com base em um tâtonnement sobre o futuro, onde os agentes testariam a consistência de suas expectativas.” (Dervis et alii, 1982, p. 173). Este método de análise dinâmica, empregado na grande maioria dos modelos

em utilização, também é conhecido como de "expectativas míopes". A Figura 1 ilustra as soluções comparativas entre modelos estáticos e dinâmicos.

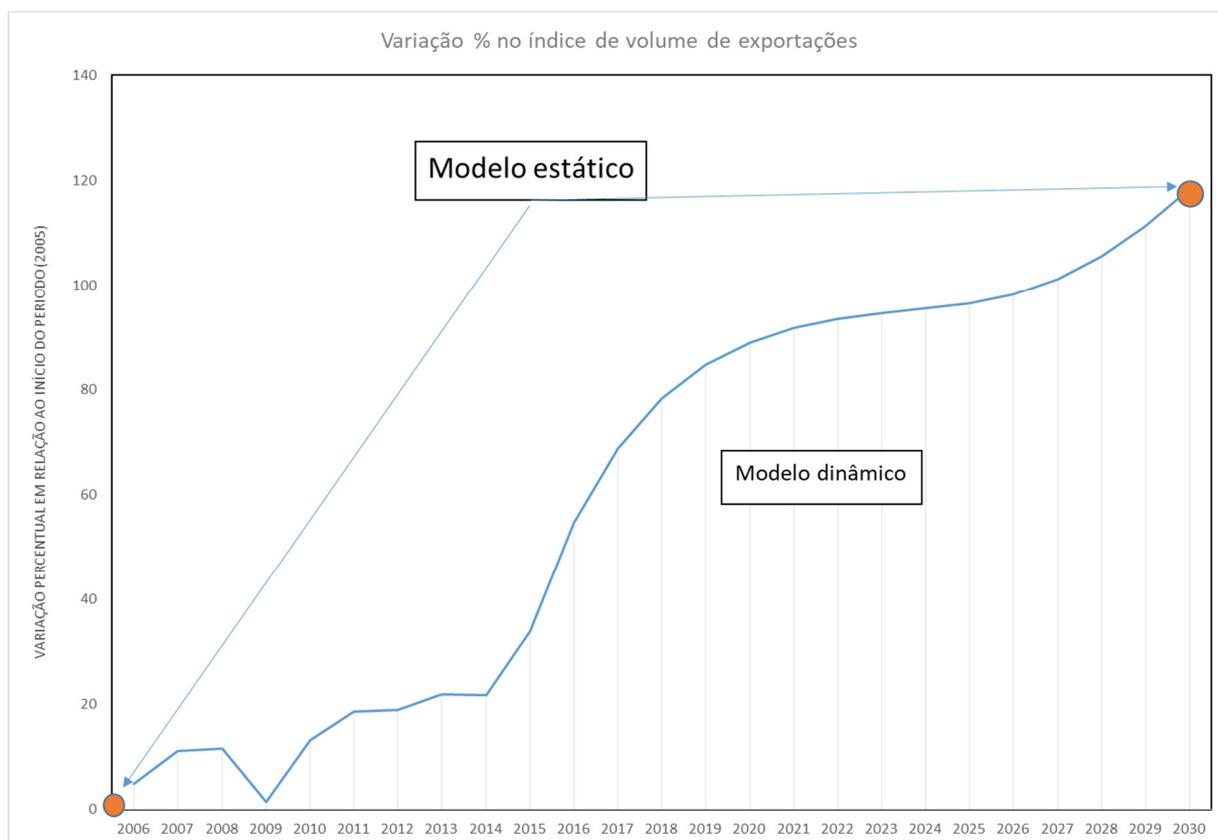


Figura 1. Exemplo de soluções para modelos estáticos x dinâmicos.

Como se pode ver da figura, que exemplifica com o resultado de uma simulação sobre o índice de volume exportado, um modelo estático compararia diretamente o resultado para o ano de 2030 com o ano inicial (2005), ao passo que um modelo dinâmico explicitaria o ajustamento em todos os anos do período.

4.6 Modelos em níveis, modelos linearizados e métodos de resolução.

Como se viu, portanto, os modelos EGC reproduzem, em sua estrutura, o fluxo circular de rendas na economia. Em termos empíricos, isto é feito modelando-se a economia através de sistemas de equações, geralmente não lineares. A solução do sistema, ou seja, a determinação dos preços e quantidades de equilíbrio envolve, portanto, a resolução de um grande sistema de equações não-lineares, o que exige métodos de resolução adequados.

Existem, atualmente, duas linhas de procedimentos possíveis de serem utilizados para resolver os sistemas. O primeiro deles segue o procedimento pioneiro de Johansen, e lineariza o sistema de equações não-lineares para posterior resolução via inversão de matrizes, através de aproximações sucessivas. Este é o caso do software GEMPACK (Harrison e Pearson, 1996). O segundo procedimento resolve o sistema diretamente na forma não-linear, através de métodos adequados de resolução deste tipo de sistemas. Destes últimos, o software mais conhecido é o GAMS (BROOKE et alii, 1988). O GAMS, na verdade, é uma interface que pode ser utilizada com diversos métodos de resolução, entre eles o MINOS5, que é específico para sistemas não-lineares. O programa dispõe, ainda, de um grande número de outros métodos, entre eles outros para modelos não-lineares (MPSGE, CONOPT).

Qual dos dois procedimentos utilizar é mera questão de preferência do pesquisador. Os primeiros programas para resolução de sistemas linearizados foram alvo de críticas relativas à qualidade das aproximações das soluções, algo que se resolveu com o aprimoramento dos programas. Ambos os métodos dão resultados equivalentes, como pode ser visto em Hertel et al (1992). Na verdade, ambos os métodos apresentam, do ponto de vista da facilidade da utilização, vantagens e desvantagens.

O método de linearizar o sistema traz o inconveniente de se realizar a linearização, algo que nem sempre é muito simples de se fazer. Veja-se, por exemplo, a forma funcional CES (Constant elasticity of substitution), muito utilizada em modelos computáveis. Seja uma função de produção CES com dois insumos. O processo de minimização de custo da função nos daria as funções demanda por fatores condicionadas. A forma em níveis da CES é dada por:

$$Q = f(\alpha \cdot X_1^\rho + (1-\alpha) \cdot X_2^\rho)^{\frac{1}{\rho}} \quad (6)$$

onde Q é o nível de produto, X_i são os dois insumos, e ρ um parâmetro na função. Nesta função, a elasticidade de substituição $\sigma = \frac{1}{1+\rho}$. A função demanda por insumos será dada por:

$$X_1 = Q \cdot \alpha^{\frac{1}{(\rho+1)}} \cdot \left[\frac{P_1}{P_{comp}} \right]^{\frac{-1}{(\rho+1)}} \quad (7)$$

onde p_1 é o preço do insumo 1 e P_{comp} o preço do “bem composto”, um índice de preços dos insumos P_1 e P_2 agregados. Desta forma, se o preço do insumo 1 cresce em relação ao preço dos insumos agregados, a quantidade utilizada do insumo 1 deve cair, por substituição. Em termos dos modelos lineares, esta mesma equação (7) de demanda pelo insumo X_1 seria dada por:

$$x_1 = q - \sigma \cdot (p_1 - p_{comp}) \quad (8)$$

Note-se que agora, a notação em minúsculas refere-se a variações percentuais nas variáveis, e não aos seus níveis. Assim, a equação (8) nos mostra que a variação percentual na demanda pelo insumo X_1 , ou seja, x_1 , é uma função das variações percentuais no nível do produto (q), da elasticidade de substituição σ , bem como da diferença entre as variações dos preços insumo x_1 (p_1) e o preço do insumo composto p_{comp} . Sendo $\sigma > 0$, se o preço do insumo 1 cresce em relação ao preço do insumo composto a sua demanda será reduzida.

Desta forma, a opção pelos modelos linearizados restringe ainda, em alguma medida, a utilização de formas funcionais àquelas linearizáveis, ou mais facilmente linearizáveis. Mas traz a grande vantagem de que, uma vez linearizado o sistema, as variações das variáveis são diretamente variações proporcionais, que é o que interessa em modelos EGC. Além disso, a solução torna-se mais fácil, por se tratar basicamente de um método de inversão de matrizes, o que permite trabalhar com modelos enormes com relativa facilidade.

Os modelos não linearizados, por outro lado, não precisam se restringir a formas funcionais facilmente linearizáveis, mas em compensação, dão o resultado das variáveis em nível. Estes resultados, portanto, deverão ser convertidos posteriormente em variações proporcionais, o que é trabalho adicional. Além disso, como estes métodos de resolução trabalham com as equações diretamente na forma não-linear, a solução nem sempre é fácil de ser obtida. Os pontos de ótimo são sempre locais, o que exige cuidados adicionais na solução do sistema, como limitar as variáveis, e trabalhar com variações sempre pequenas em torno de um ponto de solução original. Mas em nenhum dos dois casos as limitações e vantagens são suficientemente fortes para tornar um método melhor do que o outro, havendo pesquisadores adeptos de ambas as escolas.

5. Literatura citada

- ADAMS, P.A; HIGGS, P.J. Calibration of computable general equilibrium models from synthetic benchmark equilibrium data sets. **The Economic Record**. 66. pp. 110-126. 1990.
- BERGMAN, L. The development of computable general equilibrium modeling. in: BERGMAN, L; JORGENSON, D.W; ZALAI, E. (eds). **General equilibrium modeling and economic policy analysis**. Oxford: Basil Blackwell. 1990.
- BROOKE, A; KENDRICK, D; MEERAUS, A. **GAMS: A user's guide**. The World Bank. The Scientific Press. 1988. 289 p.

- CLARK, P.B. Intersectoral consistency and macroeconomic planning. in: BLITZER, C.R; CLARK, P.B; TAYLOR, L. eds. **Economy-wide models and development planning**. World Bank Research Publication. Oxford University Press. 1975.
- DECALUWÉ, B; MARTIN, M-C; SOUISSI, M. Modèle 1: modèle réel d'une économie fermée avec gouvernement. CREFA, Université Laval, 1996. in: 5^{ème} École Paradi de Modélisation de Politiques Économiques de Développement. Volume 2: Les modèles d'équilibre général calculable: Modèles de base. Paris, 1997
- DERVIS, K; DE MELO, J; ROBINSON, S. **General equilibrium models for development policy**. World Bank Research Publications. Cambridge University Press. 1982.
- DEWATRIPONT, M; MICHEL, G. On closure rules, homogeneity and dynamics in applied general equilibrium models. **Journal of Development Economics**, 26. pp. 65-76. 1987.
- FERREIRA Fo, J.B.S. Megabrás: Um modelo de equilíbrio geral computável aplicado à análise da agricultura brasileira. Doutorado. FEA/USP. 1995. 171 p.
- FERREIRA Fo, J.B.S; FACHINELLO, A.L. Employment and income generation in the Brazilian Amazon forest: a Social Account Matrix based multiplier approach. *International Forestry Review*. Vo. 17(SI). 2015.
- GINSBURG, V.; ROBINSON, S. Equilibrium and prices in multisector models. in: Syrquin, M; Taylor, L; Westphal, L. E. eds. **Economic structure and performance**. New York:Academic. 1984.
- HERTEL, T.W; HORRIDGE, J.M; PEARSON, K.R. Mending the family tree: a Reconciliation of the Linearization and Levels Schools of Applied General Equilibrium Modeling. *Economic Modeling*, 9:385-407. 1992
- HARRISON, W.J; PEARSON, K.R. Computing Solutions for Large General Equilibrium Models Using GEMPACK. *Computational Economics*, Vol. 9 (1996), pp.83-127.
- JOHANSEN, L. **A multi-sectoral study of economic growth**. Amsterdam: North-Holland. 1960.
- LEONTIEF, V. Quantitative input-output relations in the economic system of the United States. **Review of Economics and Statistics**, 18, no. 3 (agosto).pp105-25. 1936.
- LYSY,F.J. **The character of general equilibrium models under alternative closures**. The Johns Hopkins University. Mimeografado. S.N.T. 1983.
- MANNE, A.S. On the formulation and solution of economic equilibrium models. **Mathematical Programming Studies** 23. pp1-21. North-Holland.1985.

MARTENS, A. La Politique Économique de Développement et les modèles calculables d'équilibre général: un mariage à la progéniture abondante. **5ème École Paradi de Modélisation de Politiques Économiques de Développement**. Volume 1: Les modèles d'équilibre général calculable: Fondements méthodologiques. Paris, 1997.

QUIRK, J; SAPOSNIK, R. **Introduction to general equilibrium theory and welfare economics**. McGraw-Hill Book Company. 1968.

SCARF, H; HANSEN, T. **The computation of economic equilibria**. New Haven and London, Yale University Press. 1985.

ROBINSON, S. Multisectoral models. in: Chenery, H.; Snirivasan, T.N. **Handbook of Developments Economics**. Vol. II. Elsevier Science Publishers. 1989.

TAYLOR, L. Theoretical foundations and technical implications. in: BLITZER, C.B; CLARK, P.B; TAYLOR, L. (eds). **Economy-wide models and development planning**. Oxford: Oxford University Press. 1975.

6. Literatura recomendada

Esta seção tem o objetivo de dar algumas referências úteis, além das já citadas no texto, para os interessados em se aprofundar no assunto. Muitas delas são principalmente referências básicas, ou seja, de trabalhos que se constituem de alguma forma em marcos no desenvolvimento dos modelos AEG. Algumas destas referências são artigos teóricos, outras são estudos aplicados. Para uma revisão bibliográfica mais detalhada a respeito dos modelos AEG no Brasil, ver Ferreira Fo (1995). Deve-se salientar que esta relação de modo algum é exaustiva. Existe atualmente um grande número de trabalhos (livros texto) sobre modelos AEG em publicação, cuja relação exaustiva, entretanto, está além dos objetivos deste trabalho.

6.1 Modelos diversos

ADELMAN, I.G; ROBINSON, S. **Income distribution policy in developing countries: A case study of Korea**. Stanford, CA: Stanford University Press. 1978.

ADELMAN, I.G; ROBINSON, S. Macroeconomic adjustment and income distribution: Alternative models in two economies. **Journal of Development Economics**, 29. pp. 1-22. 1988.

- ADELMAN, I.G; ROBINSON, S. Income distribution and development. In: CHENERY,H; SRINIVASAN, T.N; eds. **Handbook of development economics**. vol II. Elsevier Science Publishers B. V; 1989.
- BRANDÃO, A.S.P;HERTEL,T.W;CAMPOS,A.C. **Distributional implications of agricultural liberalization: a case study of Brazil**. mimeografado. S.N.T. 1992.
- BURNIAUX, J. M., van der MENSBRUGGHE, D. **The RUNS model: A rural-urban north-south general equilibrium model for agricultural policy analysis**. Technical Paper no. 33. OECD, 1990. 82p.
- BURNIAUX, J.M; van der MENSBRUGGHE, D. **Trade policies in a global context: Technical specification of the Rural/Urban-North/South applied general equilibrium model**. Technical Paper no. 48. OECD, 1991. 93 p.
- CONDON, T; ROBINSON, S; URATA, S. Coping with a foreign exchange crisis: a general equilibrium model of alternative adjustment mechanisms. **Mathematical Programming Study**, 23. pp. 75-94. 1985.
- DERVIS, K; de MELO, J; ROBINSON, S. A general equilibrium analysis of foreign exchange shortages in a developing country. **Economic Journal**,91. no. 364, pp. 891-906. 1981.
- DIXON, P.B; PARMENTER, B.R; SUTTON, J; VINCENT, D.P. **ORANI: A multisectoral model of the Australian Economy**. Amsterdam: North-Holland. 1982.
- FERREIRA Fo, J.B.S. Megabrás: Um modelo de equilíbrio geral computável aplicado à análise da agricultura brasileira. Doutorado. FEA/USP. 1995. 171 p.
- GUILHOTO, J.J.M. **A model for economic planning and analysis for the brazilian economy**. Ph.D. University of Illinois, Urbana. 1986.
- ADICIONAR TESE LIVRE DOC DE GUILHOTO.
- HERTEL, T.W. **Global Trade Analysis: Modeling and Applications**. Cambridge University Press. 1997. 403 p.
- KADOTA, D.K; PRADO, E.F.S. Modelo de equilíbrio geral para análise da política industrial. IPEA/INPES. **Série Estudos de Política Industrial e de Comércio Exterior**. no. 4. 1985.
- LEWIS, J. D; URATA, S. Anatomy of a balance of paymentes crisis: Application of a general equilibrium model to Turkey, 1978-80. **Economic Modelling**, 1, no. 3. pp.281-303. 1984.

- LYSY, F.J; TAYLOR, L. The general equilibrium income distribution model. in: ,TAYLOR, L; BACHA, E; CARDOSO, E; LYSY, F.J. (eds). **Models of growth and distribution for Brazil**. London: Oxford University Press. 1980.
- McCARTHY, F.D; TAYLOR, L. Macro food policy planning: a general equilibrium model for Pakistan. **The Review of Economics and Statistics**. vol LXII, 1. Fevereiro. 1980.
- de MELO, J. Computable general equilibrium models for trade policy analysis in developing countries: a survey. **Journal of Policy Modelling**. vol 10, no. 4. 1988.
- de MELO, J; TARR, D. **A general equilibrium analysis of U.S. foreign trade policy**. The MIT Press. Cambridge, Massachusetts. 1992.289p.
- SANDERSON, W.C; WILLIANSO, J.G. How should developing countries adjust to external shocks in the 1980s? A examination of some World Bank macroeconomic models. **World Bank Staff Working Papers**, no. 708. Washington, D.C. 1985.
- SOUZA, M.C.S. **Evaluation économique du Programme National de l'alcool au Brésil: une analyse d'équilibre générale**. Doutorado. Université Libre de Bruxelles. 1984
- SOUZA, M.C.S. Impactos de políticas econômicas alternativas sobre o desempenho da agricultura: uma análise de equilíbrio geral. *Estudos Econômicos*, 15(1):109-125. jan/abr 1985.
- SOUZA, M.C.S. Proteção, crescimento e distribuição de renda no Brasil - uma abordagem de equilíbrio geral. **Revista Brasileira de Economia**. 41(1):99-116. jan/mar. 1987b.
- SOUZA, M.C.S. Avaliação econômica do Programa Nacional do Alcool (PROALCOOL): uma análise de equilíbrio geral. **Pesquisa e Planejamento Econômico**. 17(2): 381-410. 1987a.
- SOUZA, M.C.S; HIDALGO, A.B. Um modelo de equilíbrio geral computável para o estudo de políticas de comércio exterior no Brasil. **Pesquisa e Planejamento Econômico**. 18(2):379-400. agosto, 1988.
- TAYLOR, L; LYSY, F. J. Vanishing income redistributions: Keynesian clues about model surprises in the short run. **Journal of Development Economics**. 6, no. 1. pp. 11-30. 1978.
- TSIGAS, M.E; BRANDÃO, A.S.P. **An alternative agricultural production system in the RUNS model: implications for policy analysis**. World Bank. 22p. mimeo. 1992.

6.2 Matrizes de Contabilidade Social

- KING, B. What is a SAM ? **World Bank Staff Working Papers** no. 463. 1981.

PYATT, G; ROUND, J. Social accounting matrix for development planning. **The Review of Income and Wealth**. series 23, no. 4. pp 339-64. 1979.

PYATT, G; ROUND, J.(eds). **Social Accounting Matrices: A basis for planning**. A World Bank Symposium. The World Bank. 1985. 281 p.

6.3 Revisões e “surveys”

DECALUWE, B; MARTENS, A. CGE modelling and developing economies: a concise empirical survey of 73 applications to 26 countries. **Journal of Policy Modelling**. vol 4, no. 10. Winter. 1988.

FERREIRA Fo, J.B.S. Megabrás: Um modelo de equilíbrio geral computável aplicado à análise da agricultura brasileira. Doutorado. FEA/USP. 1995. 171 p.

GUILHOTO, J.J.M; FONSECA, M.A.R. As principais correntes de modelagem econômica e o caso brasileiro. **Anais da XII Reunião da Sociedade Brasileira de Econometria**. Brasília. pp. 447-70. 1990. 603 p.

SHOVEN, J. B; WHALLEY, J. Applied general equilibrium models of taxation and international trade: an introduction and survey. **Journal of Economic Literature**. vol. XXII, pp. 1007-1051. Setembro. 1984. Winter.

6.4 Livros texto e aspectos teóricos diversos

DIXON, P.B; PARMENTER, B.R; POWELL, A.A; WILCOXEN, P.J. **Notes and problems in applied general equilibrium economics**. Advanced Textbooks in Economics. vol 32. Elsevier Science Publishing Company Inc. 1992.

LLUCH,C. The extended linear expenditure system. **European Economic Review**, vol.4. pp. 21-32. 1973.

de MELO, J; ROBINSON, S. Product differentiation and the treatment of foreign trade in computable general equilibrium models of small open economies. **Journal of International Economics**. 27. pp.46-67. 1989.

MILLER, E.R; BLAIR, P.D. **Input-output analysis: foundations and extensions**. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey. 1985.

PYATT, G. A SAM Approach to Modeling. **Journal of Policy Modeling**. 10(3), pp. 327-352. 1988.

- SADOULET, E; DE JANVRY, A. Quantitative Development Policy Analysis. the Johns Hopkins University Press. Baltimore and London. 396 p. 1995.
- SCARF, H; SHOVEN, J.B. **Applied general equilibrium analysis**. Cambridge: Cambridge University Press. 1984.
- WHALLEY, J; MANSUR, A. Numerical specifications of applied general equilibrium models: Estimation, calibration and data. in: SCARF, H.E; SHOVEN, J. B. eds: **Applied general equilibrium analysis**. Cambridge: Cambridge University Press. pp. 69-127. 1984.
- WHALLEY, J; YEUNG, B. External sector "closing rules" in applied general equilibrium models. **Journal of International Economics**. 16, pp.123-138. 1984.